

# 電機機械



## 同步電動機

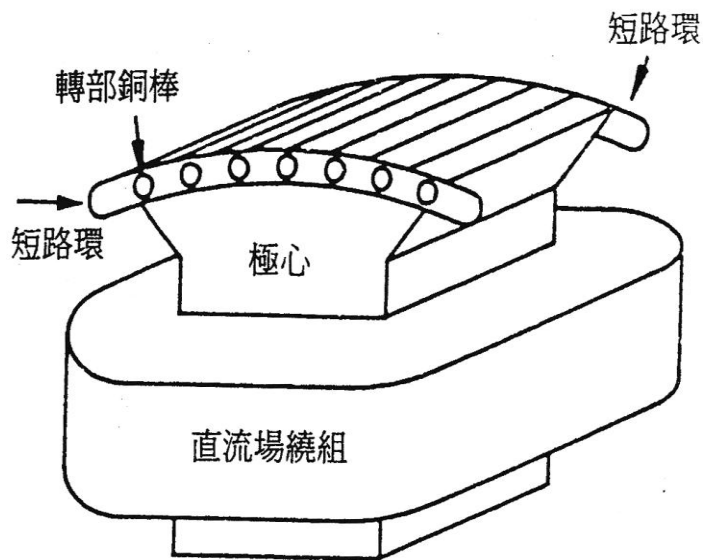
李淵全著 全威圖書提供

# 6-1 同步電動機構造與原理

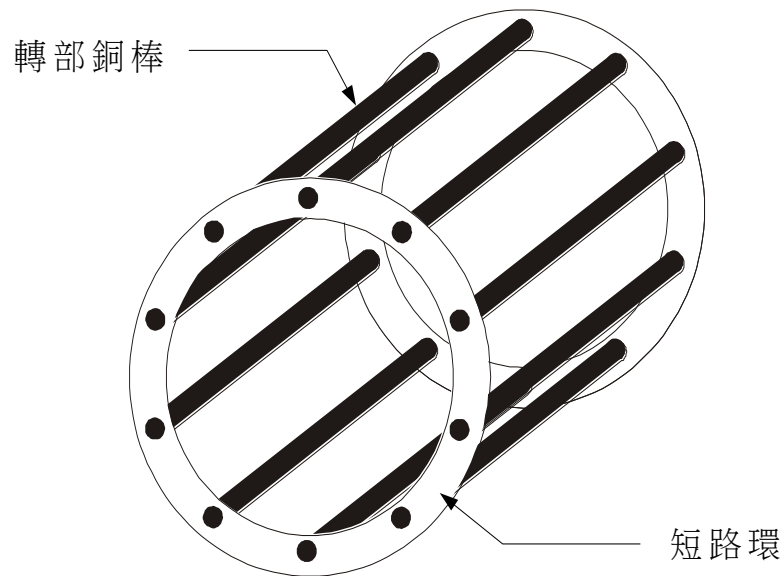
## 一、同步電動機構造

同步電動機構造與同步發電機轉磁式結構相同，定子為電樞繞組，轉子為磁場繞組。

- (1) 定子：電樞繞組，加三相交流電源後，產生同步速率旋轉磁場於定子鐵心。
- (2) 轉子：磁場繞組，加直流電源時產生固定磁極。



(a)凸極磁極結構



(b)圓柱極磁極結構

圖 6-1 含阻尼繞組轉子構造

## 二、同步電動機運轉基本原理

繞組通有三相交流電源時，將產生一旋轉磁場 $\tilde{F}_s$ 在定子鐵心上旋轉，其同步速率 $n_s$ 為

$$n_s = \frac{120 f}{P} \quad (6-1)$$

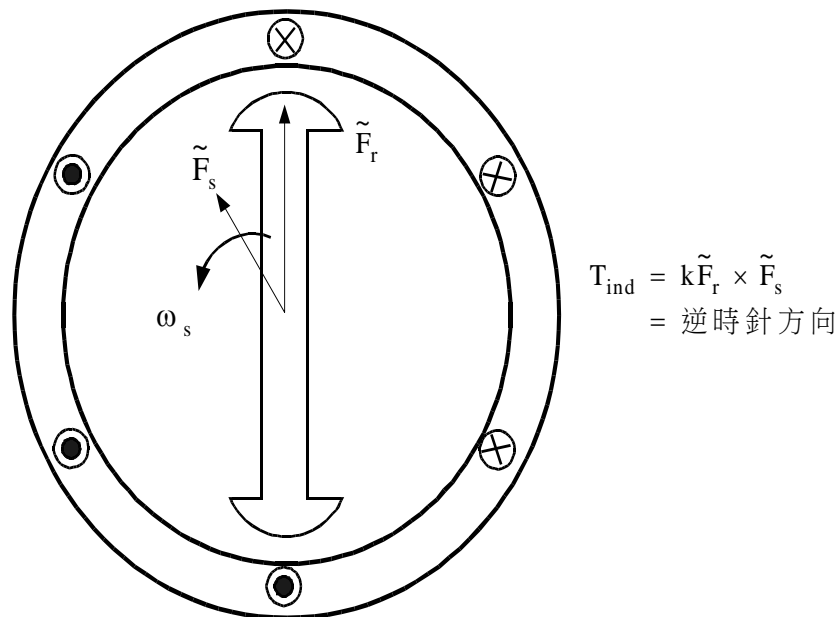


圖 6-2 雙極同步電動機

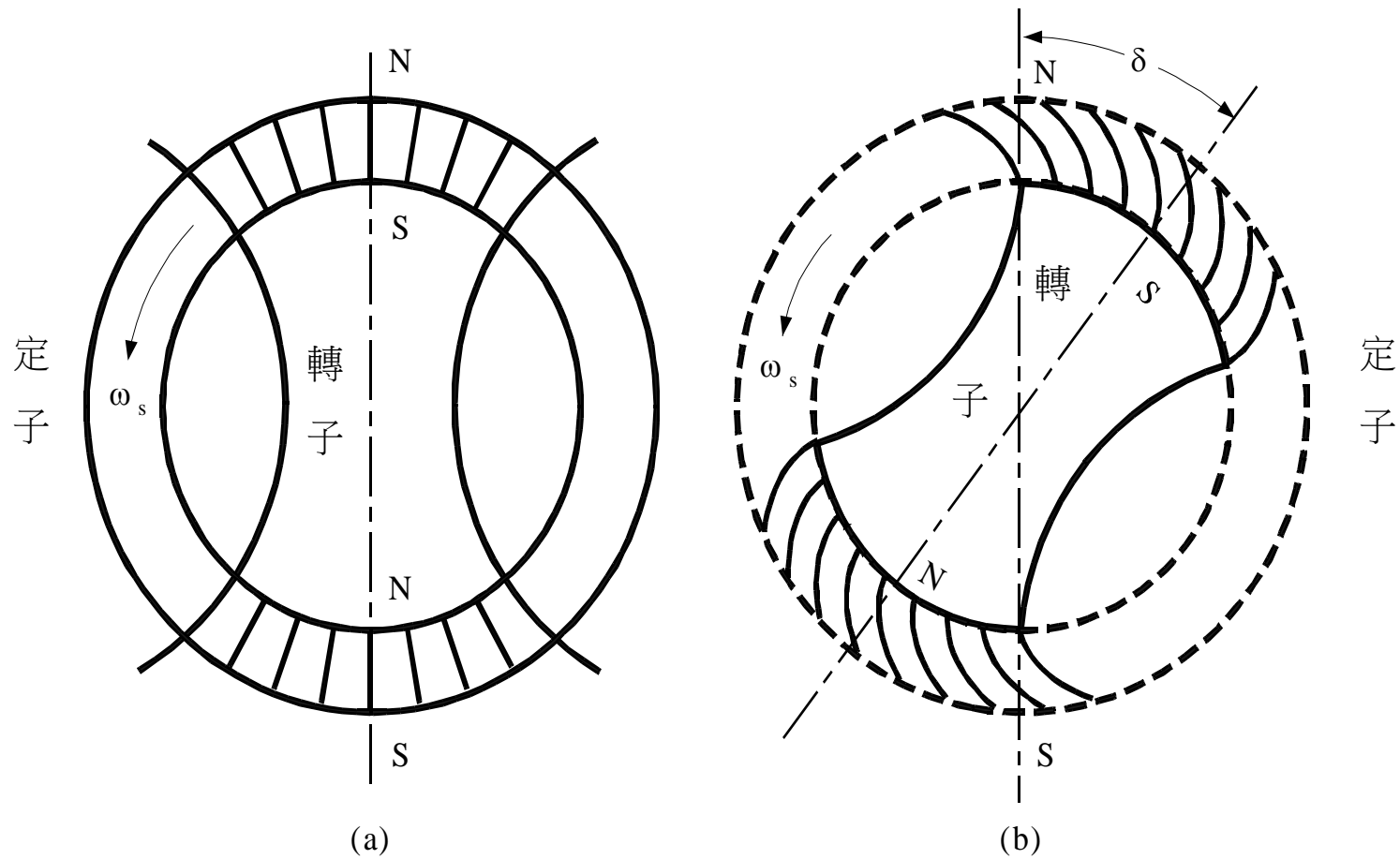


圖 6-3 同步電動機定子與轉子磁場

## 6-2 同步電動機等效電路及相量圖

### 一、圓柱型同步電動機等效電路及相量圖

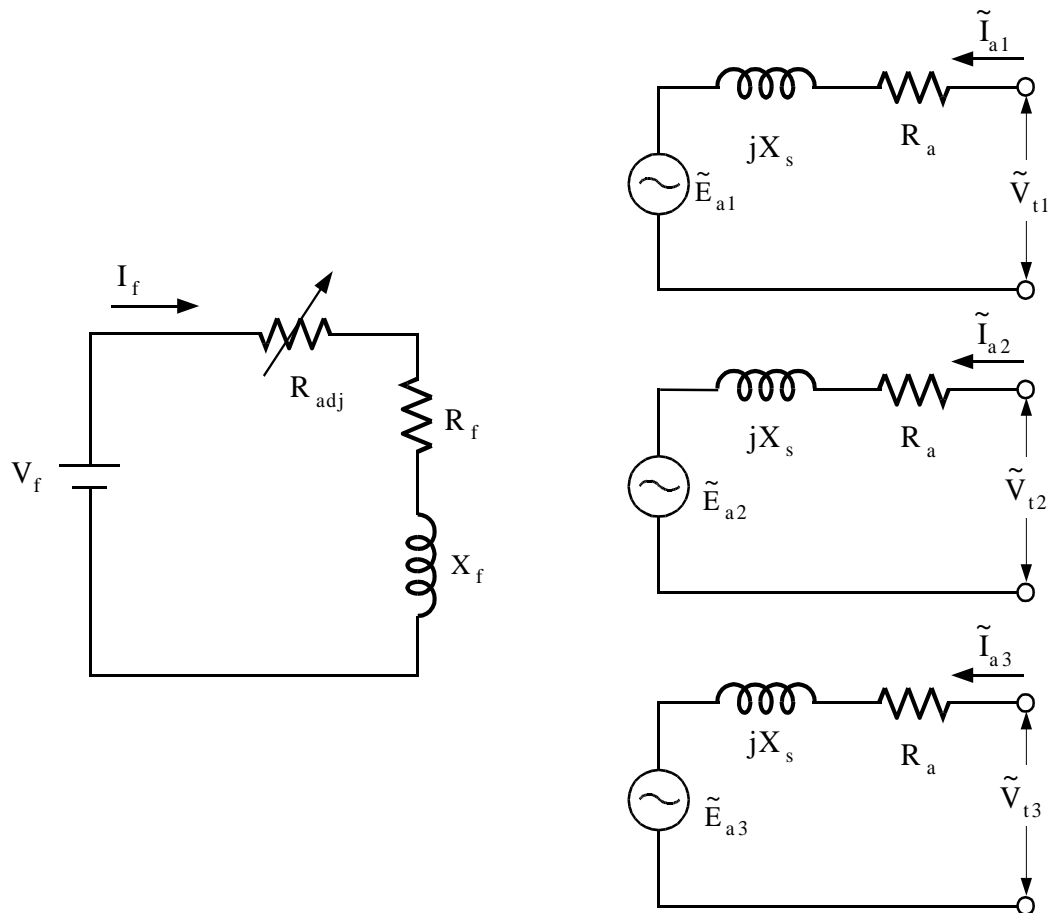


圖 6-4 (a) 三相同步電動機等效電路

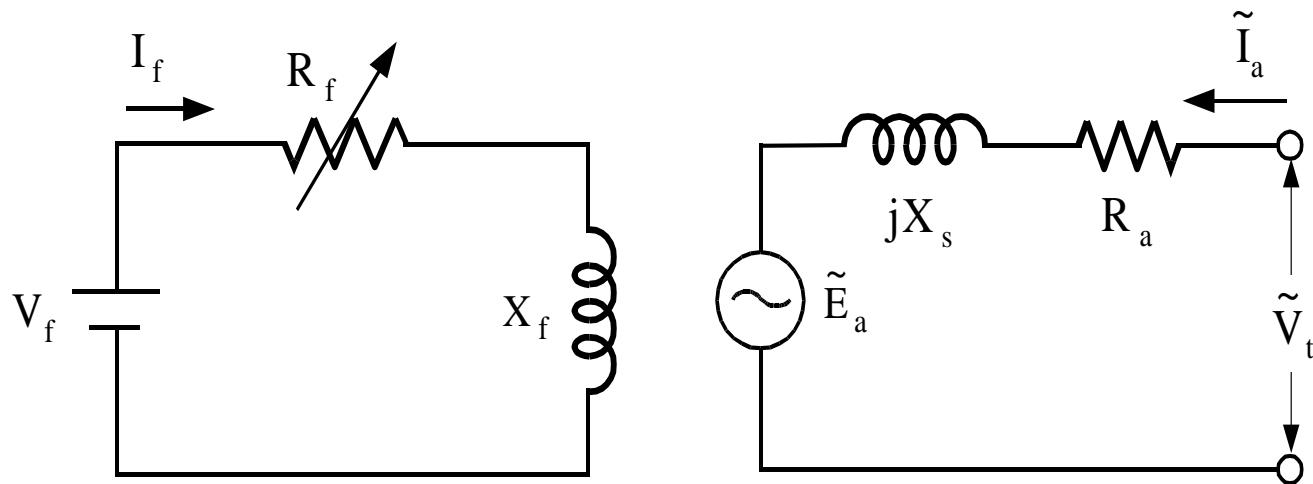


圖 6-4 (b) 每相等效電路。

## 電樞電流 $\tilde{I}_a$ ，電壓方程式

$$\begin{aligned}\tilde{V}_t &= \tilde{E}_a + jX_s \tilde{I}_a + R_a \tilde{I}_a = \tilde{E}_a + (jX_s + R_a) \tilde{I}_a \\ &= \tilde{E}_a + \tilde{Z}_s \tilde{I}_a\end{aligned}\quad (6-2)$$

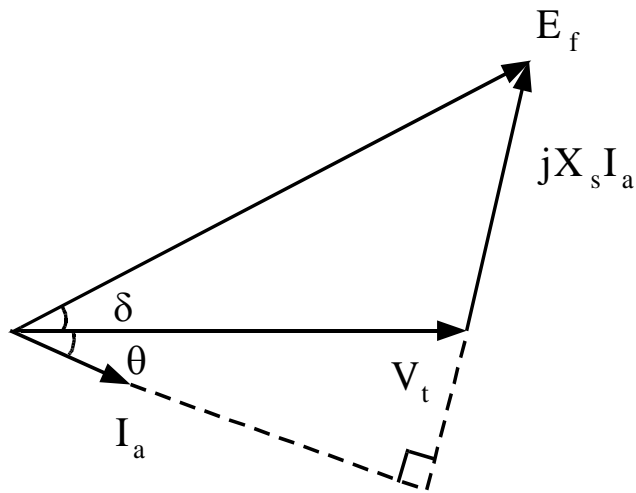
## 內生感應轉矩 $T_{ind}$

$$\begin{aligned}T_{ind} &= k \tilde{F}_r \times \tilde{F}_{net} \\ &= k F_r F_{net} \sin \delta\end{aligned}\quad (6-3)$$

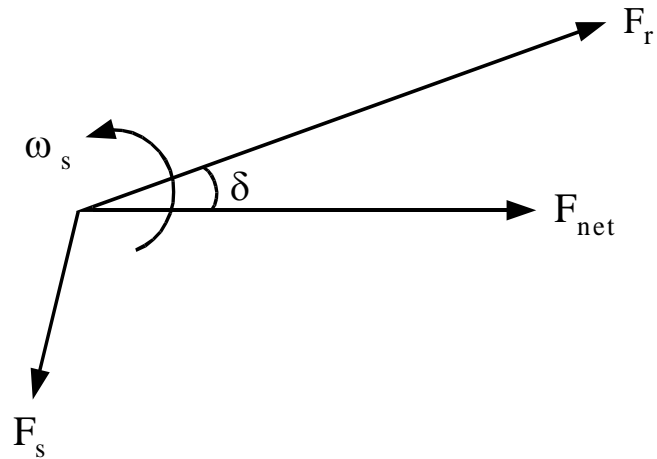
發電機內生感應轉矩為順時針方向，和旋轉方向相反，即感應轉矩是逆轉矩，和由外部原動機轉矩旋轉方向相反。



發電機中感應電勢  $\tilde{E}_f$  相位領先端電壓  $\tilde{V}_t$



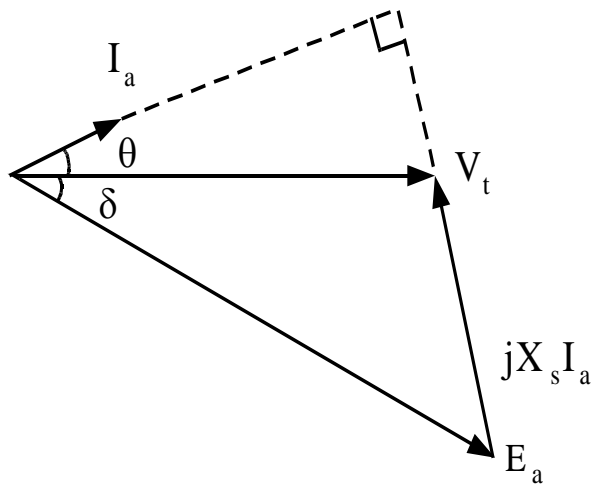
(a) 電壓相量圖



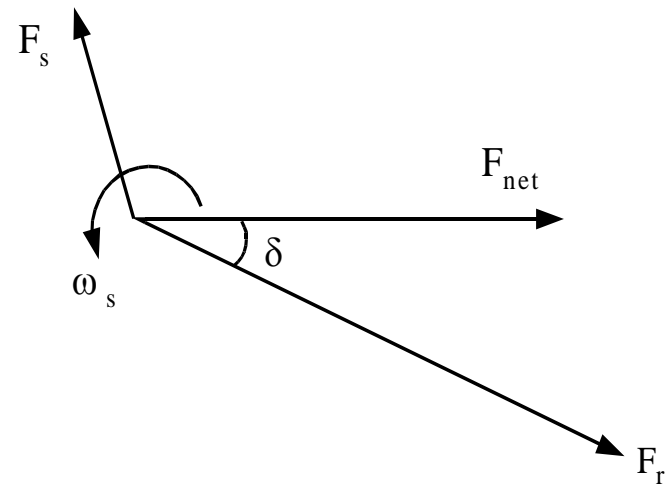
(b) 磁場相量圖

圖 6-5 同步發電機運轉時相量圖

在電動機中電樞反應電勢 $\tilde{E}_a$  相位滯後端電壓 $\tilde{V}_t$ 。電動機感應轉矩和運動方向同向。



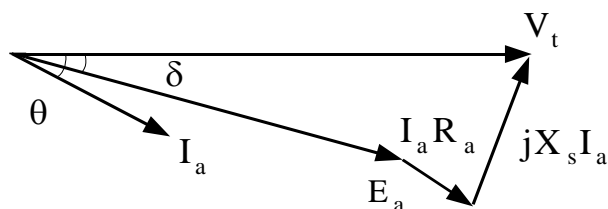
(a) 電壓相量圖



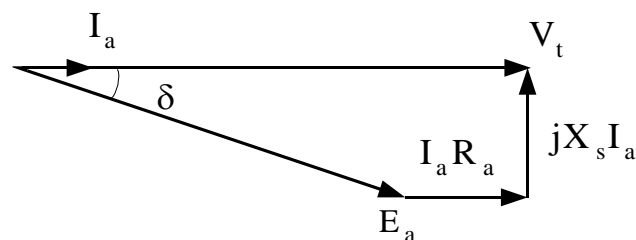
(b) 磁場相量圖

圖 6-6 同步電動機運轉時相量圖

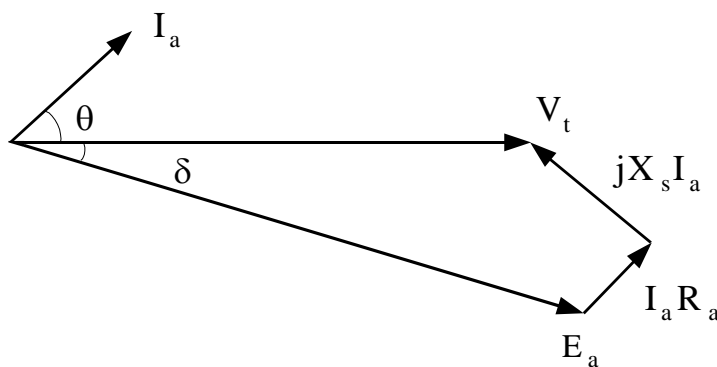
不同功率因數時，同步電動機電壓相量圖如圖 6-7 所示。不論在何種功率因數下，電樞反應電勢  $\tilde{E}_a$  均滯後端電壓  $\tilde{V}_t$  相位角  $\delta$  度。



(a) 滯後功率因數



(b) 單位功率因數



(c) 領先功率因數

圖 6-7 同步電動機不同功率因數時電壓相量圖

同部電動機總輸入功率

$$P_{in} = 3V_t I_a \cos \theta + V_f I_f \quad (6-4)$$

同步電動機全部銅損

$$P_{cu} = 3I_a^2 R_a + V_f I_f \quad (6-5)$$

同步電動機電樞內生轉矩功率  $P_d$

$$P_d = 3V_t I_a \cos \theta - 3I_a^2 R_a \quad (6-6)$$

同步電動機內生轉矩  $T_d$

$$T_d = \frac{P_d}{\omega_s} \quad (6-7)$$

同步電動機輸出轉矩  $T_o$

$$T_o = \frac{P_o}{\omega_s} = \frac{P_d - P_r}{\omega_s} \quad (6-8)$$

其功率流程圖如圖 6-8 所示。

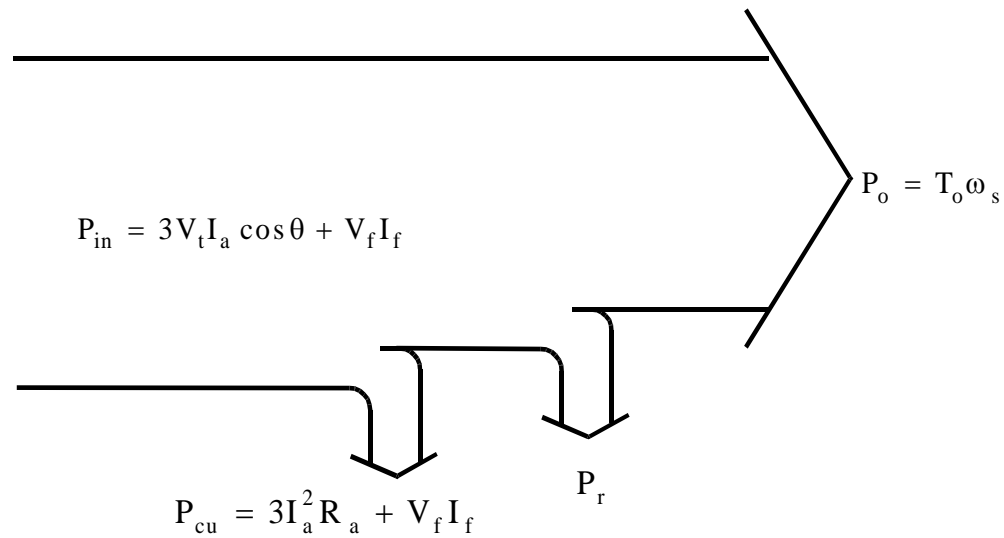



圖 6-8 同步電動機功率流程圖

### 例 6-1

有一 10 馬力 230V、60Hz、三相 Y 接線同步電動機，滿載時功率因數 0.707 領先。忽略電樞電阻，同步電動機同步電抗  $X_s = 5\Omega$  /相，旋轉損失 230W，磁場繞組損失 70W，試求：(1)每相電樞反應電勢  $\tilde{E}_a$ ；(2)電機效率  $\eta$ 。

 輸出功率  $P_o = 10 \times 746 = 7460 \quad \text{W}$

電樞內生轉矩功率為輸出功率 + 旋轉損失，即

$$P_d = P_o + P_r = 7460 + 230 = 7690 \quad \text{W}$$

(1)以電壓為參考軸，每相電源電壓  $\tilde{V}_t$

$$\tilde{V}_t = \frac{\tilde{V}_l}{\sqrt{3}} = \frac{230 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 132.8 \angle 0^\circ \quad \text{V}$$

忽略電樞電阻，因此電樞電流

$$I_a = \frac{P_d}{3V_t \cos \theta} = \frac{7690}{3 \times 132.8 \times 0.707} = 27.3 \quad \text{A}$$

$$\therefore \cos \theta = 0.707 \text{ 領先}, \quad \theta = \cos^{-1} 0.707 = 45^\circ$$

$$\therefore \tilde{I}_a = 27.3 \angle 45^\circ \quad \text{A}$$

每相電樞反應電勢  $\tilde{E}_a$

$$\begin{aligned}\tilde{E}_a &= \tilde{V}_t - jX_s \tilde{I}_a = 132.8 \angle 0^\circ - j5 \times 27.3 \angle 45^\circ \\ &= 248.8 \angle -22.8^\circ \quad \text{V}\end{aligned}$$

(2) 總輸入功率為電樞輸入功率 + 磁場繞組損失，即

$$P_{\text{in}} = 3V_t I_a \cos \theta + V_f I_f = P_d + V_f I_f = 7690 + 70 = 7760 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_{\text{in}}} \times 100 \% = \frac{7460}{7760} \times 100 \% = 96.1 \%$$



## 例 6-2


一部 440 V、50 HP、8 極、60 Hz，三相 Y 接同步電動機，每相電樞電阻  $0.2 \Omega$ ，同步電抗  $2 \Omega$ 。當電動機運轉於轉矩角  $\delta$  為  $15^\circ$  電機角時，電樞反應電勢  $E_a$  每相 270 V，若忽略磁場繞組損失及旋轉損失，試求：(1) 電樞電流  $I_a$ ；(2) 功率因數  $\cos \theta$ ；(3) 輸出馬力數。



$$\text{(1)} \therefore \tilde{V}_t = \frac{\tilde{V}_l}{\sqrt{3}} = \frac{440 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 254 \angle 0^\circ \quad \text{V}$$

$$\tilde{E}_a = 270 \angle -15^\circ \quad \text{V}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tilde{I}_a &= \frac{\tilde{V}_t - \tilde{E}_a}{\tilde{Z}_s} = \frac{254 \angle 0^\circ - 270 \angle -15^\circ}{0.2 + j2} \\ &= \frac{70.21 \angle 95.56^\circ}{2.01 \angle 84.29^\circ} = 34.93 \angle 11.27^\circ \quad \text{A} \end{aligned}$$



(2)  $\cos \theta = \cos 11.27^\circ = 0.98$  (領先)

(3)  $P_{\text{in}} = 3V_t I_a \cos \theta = 3 \times 254 \times 34.93 \times 0.98 = 26084.3 \text{ W}$

$$P_{\text{cu}} = 3I_a^2 R_a = 3 \times 34.93^2 \times 0.2 = 732.1 \text{ W}$$

$$P_{\text{out}} = P_{\text{in}} - P_{\text{cu}} = 26084.3 - 732.1 = 25352.2 \text{ W} = 33.98 \text{ HP}$$

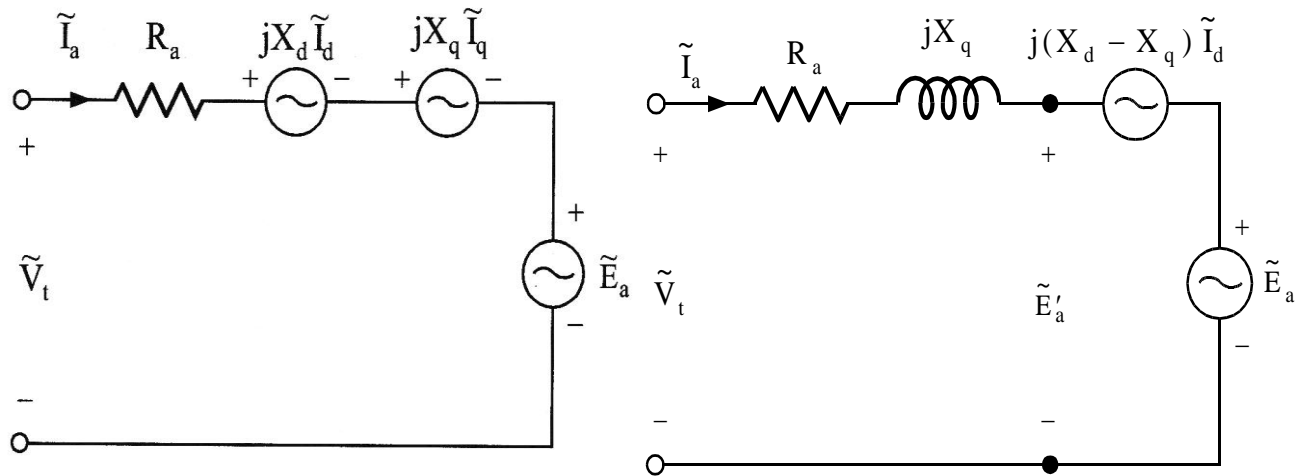
## 二、凸極型同步電動機等效電路及相量圖

凸極型同步電動機等效電路除電樞電流相反外，其餘均與凸極型同步發電機等效電路相同，其等效電路如圖 6-9 所示。每相電路克希荷夫電壓方程式

$$\begin{aligned}\tilde{V}_t &= R_a \tilde{I}_a + jX_d \tilde{I}_d + jX_q \tilde{I}_q + \tilde{E}_a \\ &= R_a \tilde{I}_a + jX_q \tilde{I}_a + j(X_d - X_q) \tilde{I}_d + \tilde{E}_a\end{aligned}\quad (6-10)$$

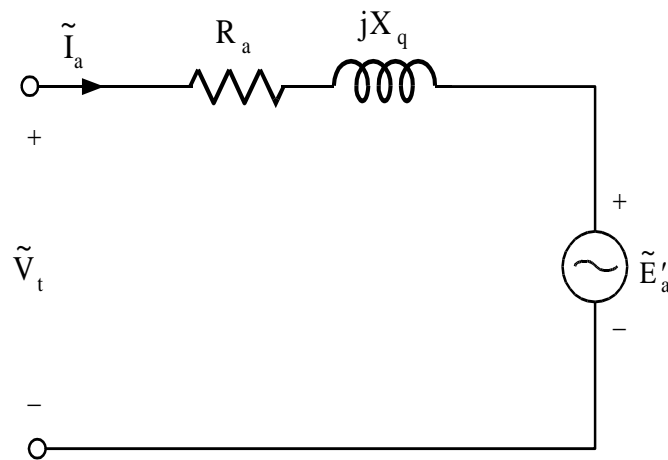
$$\tilde{E}'_a = j(X_d - X_q) \tilde{I}_d + \tilde{E}_a \quad (6-11)$$

$$\tilde{V}_t = R_a \tilde{I}_a + jX_q \tilde{I}_a + \tilde{E}'_a \quad (6-12)$$



(a)

(b)



(c)

圖 6-9 凸極型同步電動機等效電路圖

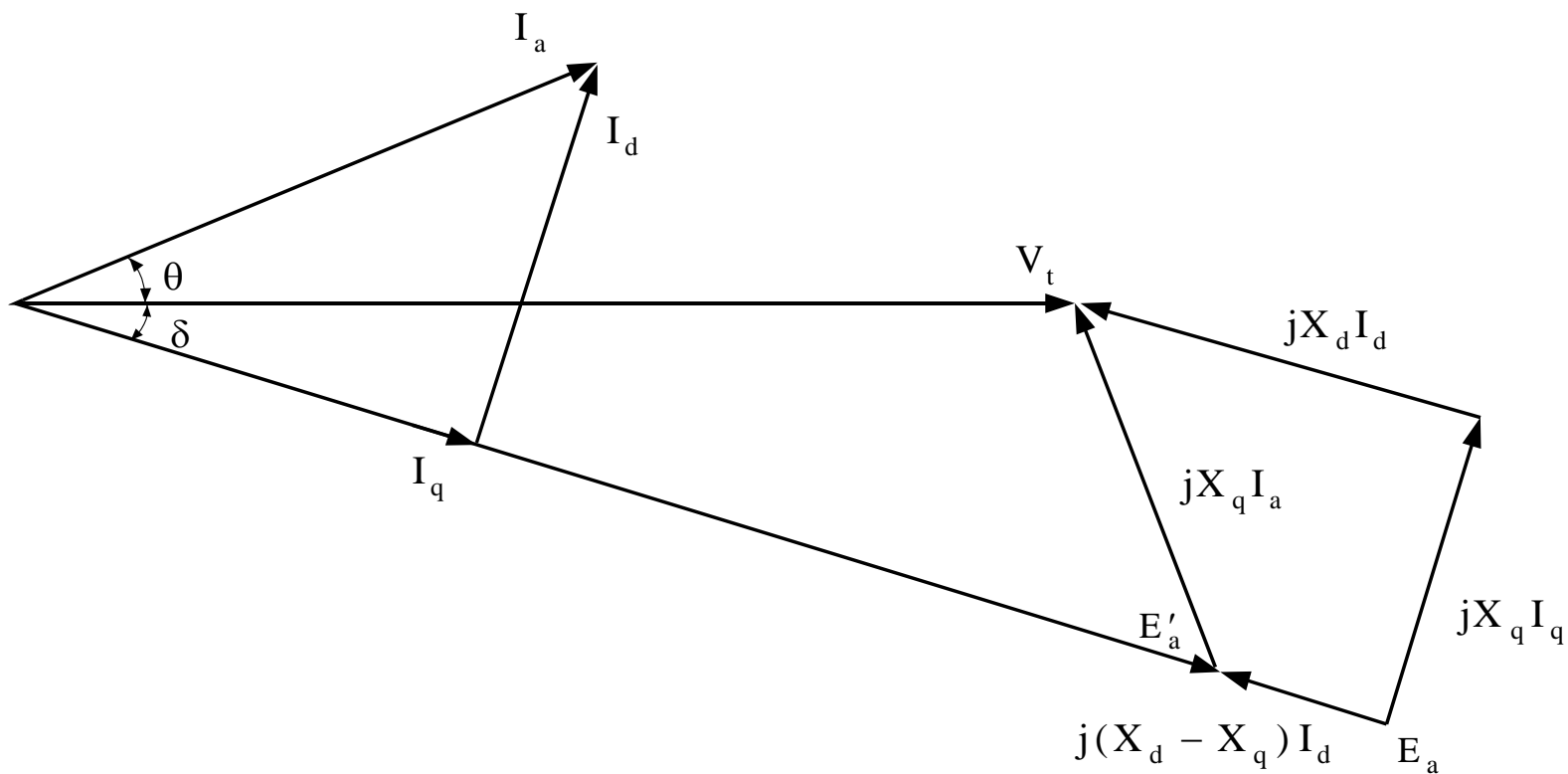
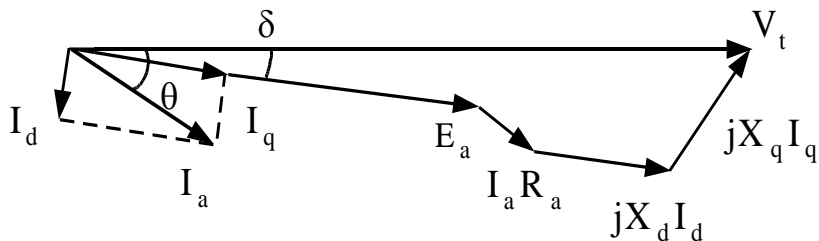
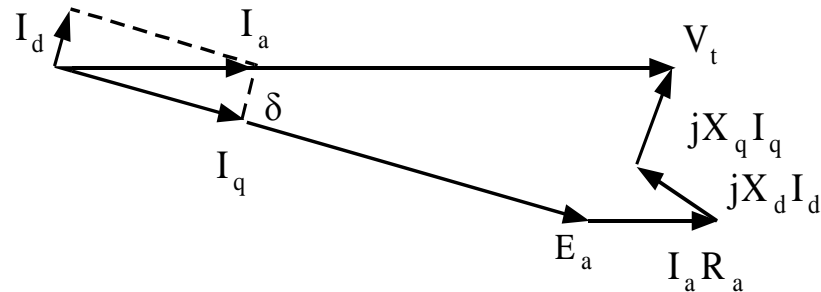


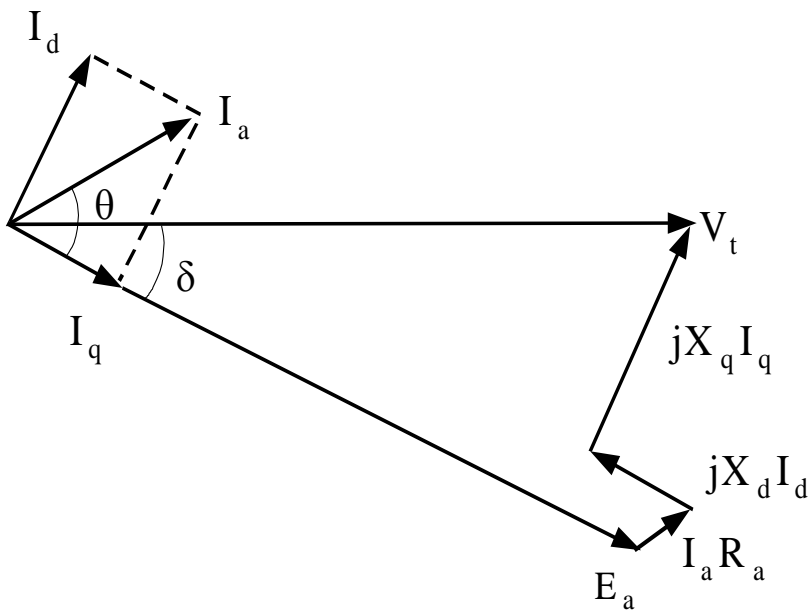
圖 6-10 凸極型同步電動機電壓相量圖



(a) 滯後功率因數



(b) 單位功率因數



(c) 領先功率因數

圖 6-11 凸極型同步電動機不同功率因數時電壓相量圖

### 例 6-3

有一 480 V，三相 Y 接線凸極型同步電動機，滿載運轉時在單位功率因數下吸入 50 A 電流。電機直軸電抗  $3.5 \Omega / \text{相}$ ，交軸電抗  $2.5 \Omega / \text{相}$ ，電樞電阻  $0.5 \Omega / \text{相}$ ，試求電機每相電樞反應電勢  $\tilde{E}_a$ 。



解 → 每相端電壓  $V_t = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{480}{\sqrt{3}} = 277.13 \text{ V}$

電機吸入 50 A 電流，且功率因數 1.0，電樞電流  $\tilde{I}_a$

$$\tilde{I}_a = 50 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned}\tilde{E}'_a &= \tilde{V}_t - R_a \tilde{I}_a - jX_q \tilde{I}_a \\ &= 277.13 - 0.5 \times 50 - j2.5 \times 50 = 281.41 \angle -26.37^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

∴ 功率角  $\delta = -26.37^\circ$

## 直軸電流 $\tilde{I}_d$

$$\begin{aligned}\tilde{I}_d &= 50 \sin 26.37 \angle 90 - 26.37 \\ &= 22.21 \angle 63.63^\circ \quad \text{A}\end{aligned}$$

## 每相電樞反應電勢 $\tilde{E}_a$

$$\begin{aligned}\tilde{E}_a &= \tilde{E}'_a - j(X_d - X_q)\tilde{I}_d \\ &= 281.41 \angle -26.37^\circ - j(3.5 - 2.5) \times 22.21 \angle 63.63 \\ &= 303.62 \angle -26.37^\circ \quad \text{V}\end{aligned}$$

## 6-3 同步電動機輸出功率及輸出轉矩

### 一、圓柱型同步電動機輸出功率及輸出轉矩

圓柱型同步電動機等效電路圖 6-12 所示得知，電樞繞組相電流  $\tilde{I}_a$

$$\tilde{I}_a = \frac{\tilde{V}_t - \tilde{E}_a}{R_a + jX_s} \quad (6-13)$$

## 電機内生機械功率 $P_d$

$$P_d = 3 \times R_e [\tilde{E}_a \times \tilde{I}_a^*]$$

$$= 3 \times R_e \left[ \frac{\tilde{E}_a \times \tilde{V}_t^* - E_a^2}{R_a - jX_s} \right]$$

$$= 3 \times R_e \left[ \frac{\tilde{E}_a \times \tilde{V}_t^* \times (R_a + jX_s)}{Z_s^2} - \frac{E_a^2 \times (R_a + jX_s)}{Z_s^2} \right] \quad (6-14)$$

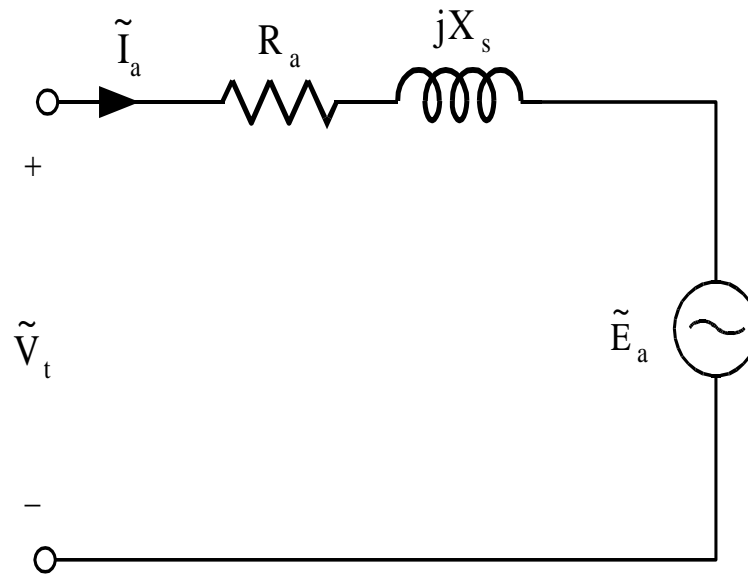


圖 6-12 圓柱型同步電動機等效電路

由 (6-14) 式重新整理得

$$P_d = 3 \frac{V_t \times E_a}{Z_s^2} [R_a \cos \delta + X_s \sin \delta] - 3 \frac{E_a^2 \times R_a}{Z_s^2} \quad (6-15)$$

圓柱型同步電動機內生機械功率  $P_d$ 。如忽略電樞電阻  $R_a$ ，則(6-15)式可簡化得

$$P_d = 3 \frac{V_t \times E_a}{X_s} \sin \delta \quad (6-16)$$

圓柱型同步電動機內生轉矩  $T_d$

$$T_d = \frac{P_d}{\omega_s} = 3 \frac{V_t \times E_a}{\omega_s \times X_s} \sin \delta \quad (6-17)$$

當功率角 $\delta$ 增加達到 $90^\circ$ 時，可得電機內生轉矩最大值，  
即所謂“脫出轉矩”

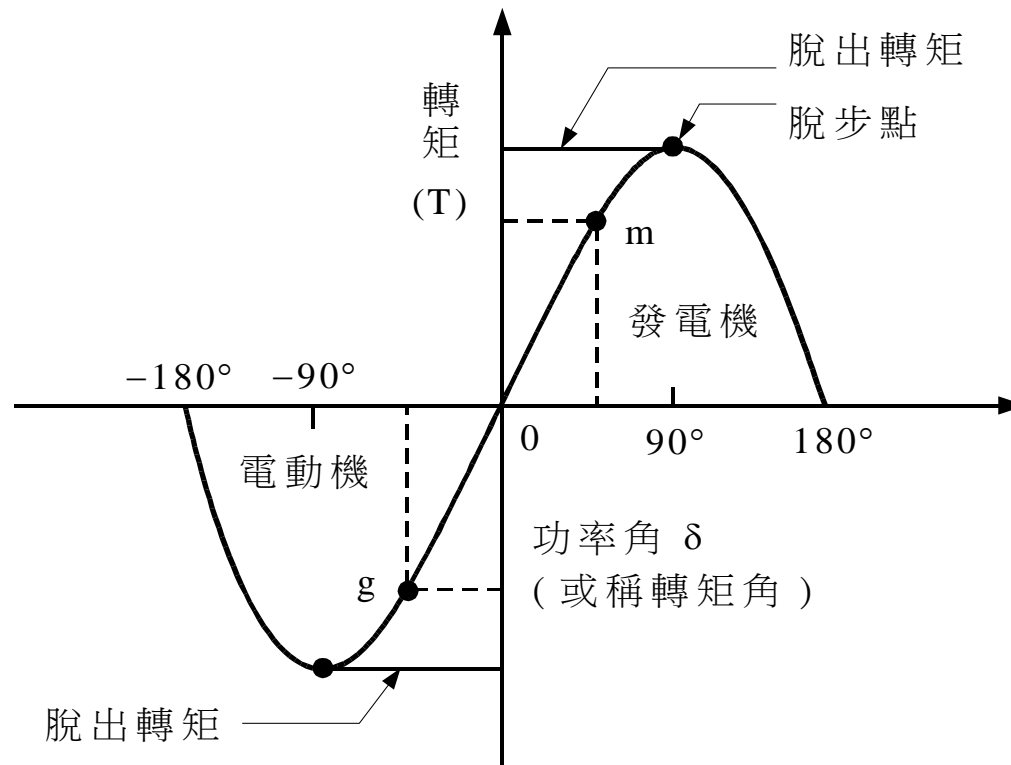


圖 6-13 轉矩-功率角特性曲線

### 例 6-4

一部同步電動機在額定電壓及頻率下運轉，滿載時功率角為  $-25^\circ$  電機角，電樞電阻和漏電抗效應不計。若場電流固定，如下述各項變動時，對功率角有何影響。

- (1) 負載功率不變，頻率降低 10%。
- (2) 負載轉矩不變，頻率降低 10%。
- (3) 負載功率不變，頻率和外加電壓均降低 10%。
- (4) 負載轉矩不變，頻率和外加電壓均降低 10%。



**解** ⇒ 忽略電樞電阻及漏電抗效應，同步電動機內生機械功率  $P_d$

$$P_d = \omega_s T_d = \frac{2}{P} \times 2\pi f_e \times T_d = 3 \frac{V_t \times E_a}{X_s} \sin \delta$$

∴  $I_f$  不變， ∴  $E_a$  為定值。

$$(1) \quad \therefore \frac{P_d}{P'_d} = \frac{\sin \delta}{\sin \delta'} = \frac{\sin(-25^\circ)}{\sin \delta'} = 1$$

$$\therefore \delta' = -25^\circ$$

$$(2) \quad \therefore \frac{T_d}{T'_d} = \frac{f'_e \times \sin \delta}{f_e \times \sin \delta'} = \frac{0.9 \times f_e \times \sin(-25^\circ)}{f_e \times \sin \delta'} = 1$$

$$\therefore \delta' = -22.35^\circ$$

$$(3) \quad \therefore \frac{P_d}{P'_d} = \frac{V_t \times \sin \delta}{V'_t \times \sin \delta'} = \frac{V_t \times \sin(-25^\circ)}{0.9 \times V_t \times \sin \delta'} = 1$$

$$\therefore \delta' = -28^\circ$$

$$(4) \quad \therefore \frac{T_d}{T'_d} = \frac{f'_e \times V_t \times \sin \delta}{f_e \times V'_t \times \sin \delta'} = \frac{0.9 \times f_e \times V_t \times \sin(-25^\circ)}{0.9 \times f_e \times V_t \times \sin \delta'} = 1$$

$$\therefore \delta' = -25^\circ$$

### 例 6-5

有一 50 HP、三相、6 極、60 Hz，Y 接同步電動機，忽略所有銅損及旋轉損失，每相同步電抗  $3\Omega$ ，每相額定端電壓 220 V，最大轉矩為額定轉矩 1.4 倍，試求：(1) 可得最大轉矩時電樞反應電勢  $E_a$ ；(2) 電樞反應電勢如(1)所示，則在額定轉矩時，轉矩角、電樞電流及功率因數為若干？

**解**  $\Rightarrow$  (1) 電動機輸出機械功率  $P_o$

$$P_o = 50 \times 746 = 37300 \quad \text{W}$$

$$\omega_s = \frac{2}{P} \times 2\pi f_e = \frac{2}{6} \times 2\pi \times 60 = 40\pi \quad (\text{rad/s})$$

電動機輸出轉矩  $T_o$

$$T_o = \frac{P_o}{\omega_s} = \frac{37300}{40 \pi} = 296.82 \quad \text{N - m}$$

最大轉矩  $T_{\max} = 1.4 \times T_o = 1.4 \times 296.82 = 415.55 \quad \text{N - m}$

$$\therefore T_{\max} = \frac{P_{\max}}{\omega_s} = \frac{3 \times V_t \times E_a}{\omega_s \times X_s}$$

$$415.55 = \frac{3 \times 220 \times E_a}{40 \pi \times 3}$$

$$\therefore E_a = 237.36 \quad \text{V}$$

$$(2) \because P_d = 3 \frac{V_t \times E_a}{X_s} \sin \delta = -P_o$$

$$-37300 = 3 \frac{220 \times 237.36}{3} \sin \delta$$

$$\therefore \sin \delta = -0.7143 \quad , \quad \therefore \delta = -45.58^\circ$$

$$\begin{aligned} \tilde{I}_a &= \frac{\tilde{V}_t - \tilde{E}_a}{jX_s} = \frac{220 \angle 0^\circ - 237.36 \angle -45.58^\circ}{j3} = \frac{177.88 \angle 72.37^\circ}{j3} \\ &= 59.3 \angle -17.63^\circ \quad \text{A} \end{aligned}$$


$$\therefore \cos 17.63 = 0.953 \quad ( \text{ 滯後 } )$$

## 例 6-6

一部同步電動機 2000 HP、2300 V、60 Hz、30 極、功率因數 1.0、三相 Y 連接，每相同步電抗 $1.8\Omega$ 。若全部損失均忽略不計，且忽略電機凸極效應，試求電動機在下列兩種情形下所能傳送最大轉矩？

- (1) 同步電動機若由一無限匯流排供電(即供電系統電壓，頻率恆定)，並調整電動機場激磁電流，使在額定負載時功率因數為 1.0。

(2) 供電系統改由一部 1750 kVA、2300 V、2 極、3600 rpm，三相 Y 連接渦輪發電機代替，此發電機每相同步電抗  $2.2\Omega$ ，並以額定轉速運轉。調整發電機與電動機場激磁電流，使在額定負載與額定電壓時功率因數 1.0 後，維持兩電機激磁不變。

 由於電動機有 30 極，應為凸極機，現忽略凸極效應採用圓柱型理論計算。由於省略凸極效應中磁阻轉矩，故所求得最大轉矩，勢必較實際最大轉矩小。

(1) 電動機連接無限匯流排等效電路及相量圖如圖 6-14 所示，圖中  $E_a$  為電動機電樞反應電勢， $X_{sm}$  為電動機同步電抗。

$$\text{每相額定 } S_{1\phi} = \frac{1}{3} \times \frac{P_o}{\cos \theta} = \frac{1}{3} \times \frac{2000 \times 0.746}{1.0} = 497 \text{ kVA/相}$$

$$\text{每相額定端電壓 } V_t = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{2300}{\sqrt{3}} = 1328 \text{ V / 相}$$

$$\text{每相額定電樞電流 } I_a = \frac{S_{1\phi}}{V_t} = \frac{497 \times 10^3}{1328} = 374.2 \text{ A}$$



由圖 6-14(b) 相量圖知，電動機每相電樞反應電勢  $\tilde{E}_a$

$$\tilde{E}_a = \tilde{V}_t - jX_{sm} \tilde{I}_a = 1328 \angle 0^\circ - j1.8 \times 374.2 = 1489 \angle -26.9^\circ \text{ V / 相}$$

由於無限匯流排端電壓  $V_t$  不變，且場激磁電流不變，故  $E_a$  不變，每相最大功率

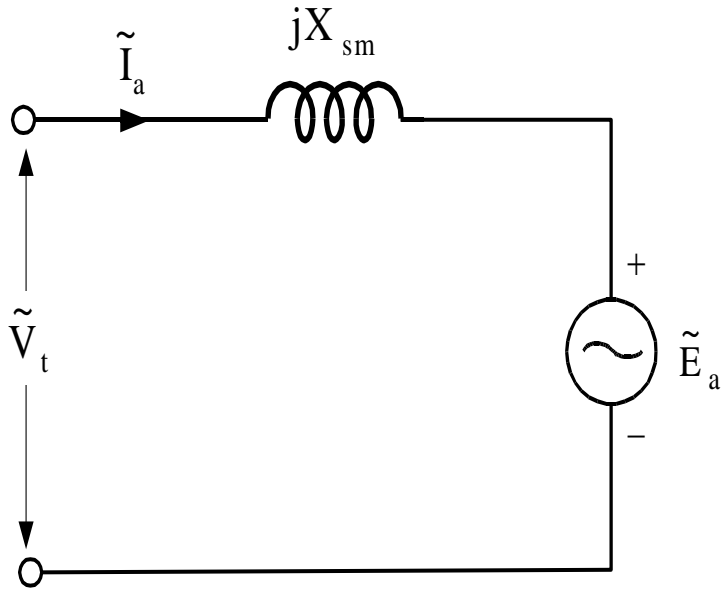
$$P_{1\phi, \max} = \frac{V_t \times E_a}{X_{sm}} = \frac{1328 \times 1489}{1.8} = 1098 \times 10^3 \text{ W / 相}$$

三相最大功率

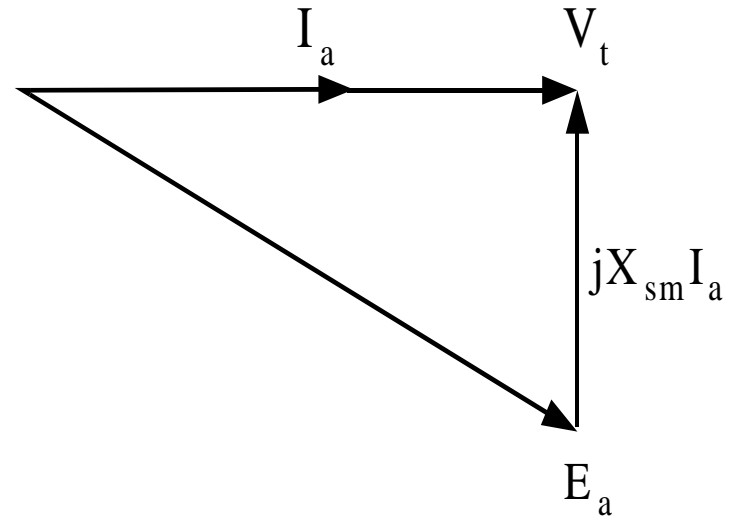
$$P_{3\phi, \max} = 3P_{1\phi, \max} = 3 \times 1098 \times 10^3 = 3294 \times 10^3 \text{ W}$$

電動機輸出最大轉矩  $T_{\max}$

$$T_{\max} = \frac{P_{3\phi, \max}}{\omega_s} = \frac{P_{3\phi, \max}}{\frac{4}{P} \times \pi \times f_e} = \frac{3294 \times 10^3}{\frac{4}{30} \times \pi \times 60} = 131.06 \times 10^3 \text{ N - m}$$



(a) 電路圖



(b) 電壓相量圖

圖 6-14 例 6-6 (1) 電路與電壓相量圖

(2) 供電系統改用渦輪發電機，其等效電路如圖 6-15(a)所示。圖中  $\tilde{E}_f$  發電機感應電勢， $jX_{sg}$  同步電抗。當滿載且功率因數 1.0 時，其相量圖如圖 6-15(b)所示，則發電機感應電勢  $\tilde{E}_f$

$$\tilde{E}_f = \tilde{V}_t + jX_{sg} \tilde{I}_a = 1328 \angle 0^\circ + j2.2 \times 374.2 = 1562 \angle 31.79^\circ \quad \text{V}$$

由於兩電機場激磁電流不變，故  $E_f$  和  $E_a$  不變，電動機每相所能吸收最大機械功率

$$P_{1\phi, \max} = \frac{E_f \times E_a}{X_{sg} + X_{sm}} = \frac{1562 \times 1489}{2.2 + 1.8} = 581.4 \times 10^3 \quad \text{W}$$

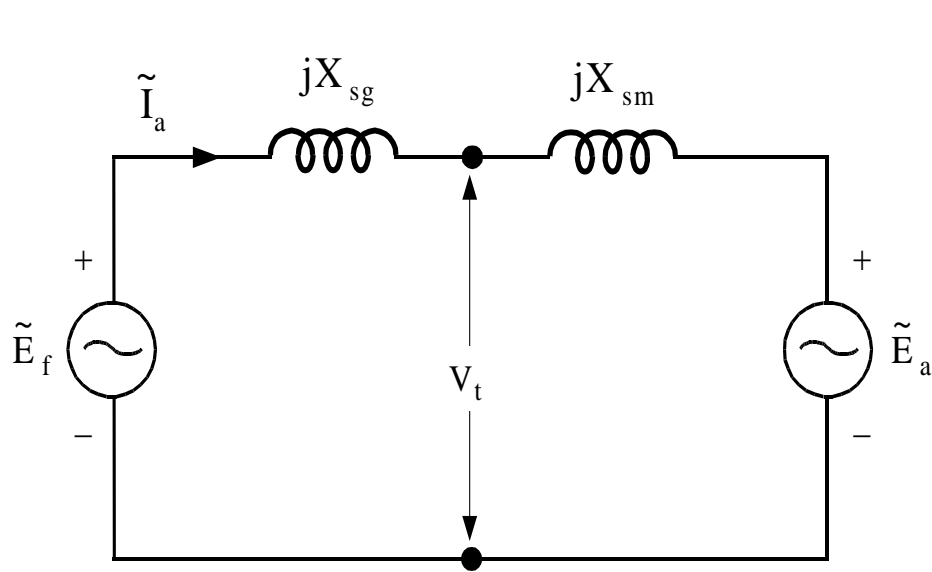
## 三相最大功率

$$P_{3\phi, \max} = 3 \times P_{1\phi, \max} = 3 \times 581.4 \times 10^3 = 1744.2 \times 10^3 \quad \text{W}$$

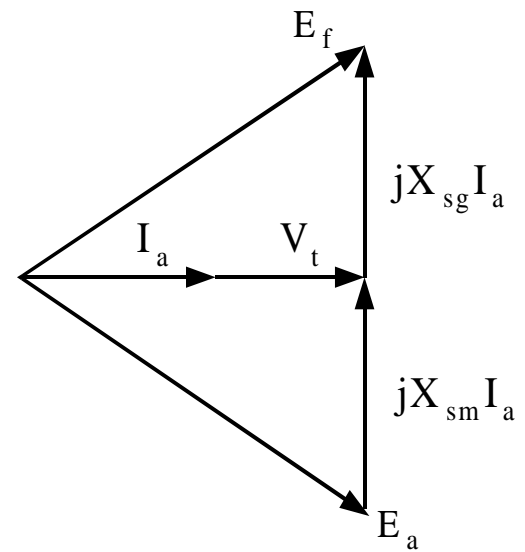
## 電動機所能輸出最大轉矩

$$\begin{aligned} T_{\max} &= \frac{P_{3\phi, \max}}{\omega_s} = \frac{P_{3\phi, \max}}{\frac{4}{P} \times \pi \times f_e} = \frac{1744.2 \times 10^3}{\frac{4}{30} \times \pi \times 60} \\ &= 69.4 \times 10^3 \quad \text{N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

若電動機負載轉矩超過此最大轉矩時，同步電動機將失去同步後停止轉動，此時發電機將超速，因此應設置斷路器將電路自動斷路。



(a) 電路圖



(b) 電壓相量圖

圖 6-15 例 6-6 (2) 電路與電壓相量圖

## 二、凸極型同步電動機輸出功率及輸出轉矩

如圖 6-16 所示凸極型同步電動機等效電路得知，如忽略電樞電阻  $R_a$ ，內生機械功率  $P_d$

$$P_d = 3 \frac{V_t E'_a}{X_q} \sin \delta \quad (6-18)$$

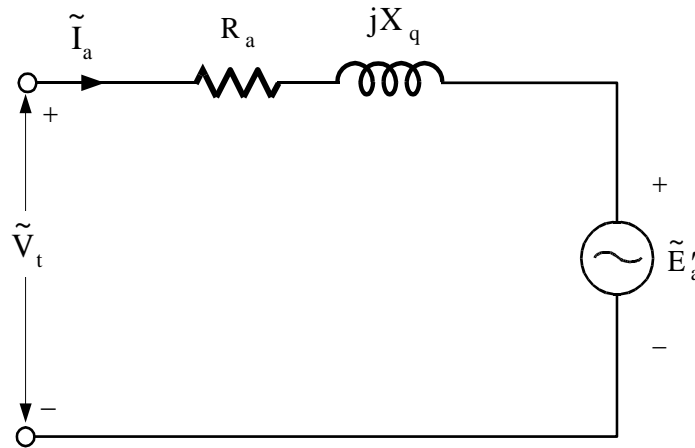


圖 6-16 凸極型同步電動機等效電路

由圖 6-10 所示相量圖知

$$E'_a = E_a \pm (X_d - X_q)I_d \quad (6-19)$$

正 (+) 號為滯後功率因數，而負 (-) 號為單位功率因數或領先功率因數結果。將 (6-19) 式代入 (6-18) 式可得

$$\begin{aligned} P_d &= 3 \frac{V_t E_a}{X_q} \sin \delta \pm 3 V_t I_d \left[ \frac{X_d - X_q}{X_q} \right] \sin \delta \\ &= 3 \frac{V_t E_a}{X_d} \sin \delta + 3 V_t \left[ \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \right] [E_a \pm X_d I_d] \sin \delta \quad (6-20) \end{aligned}$$

由圖 6-10 及圖 6-11 所示相量圖得知

$$E_a \pm X_d I_d = V_t \cos \delta \quad (6-21)$$

可得凸極型同步電動機內生機械功率  $P_d$

$$P_d = 3 \frac{V_t E_a}{X_d} \sin \delta + 3 V_t^2 \left[ \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q} \right] \sin 2\delta \quad (6-22)$$

右邊第一項為電磁功率，第二項為磁阻功率。

由第五章同步發電機及本章同步電動機得知，發電機功率  $P$  及功率角  $\delta$  均為正值，而電動機功率  $P$  及功率角  $\delta$  均為負值外，其它各項均相同。因此電動機和發電機功率角特性應相同，如圖 6-17 所示。



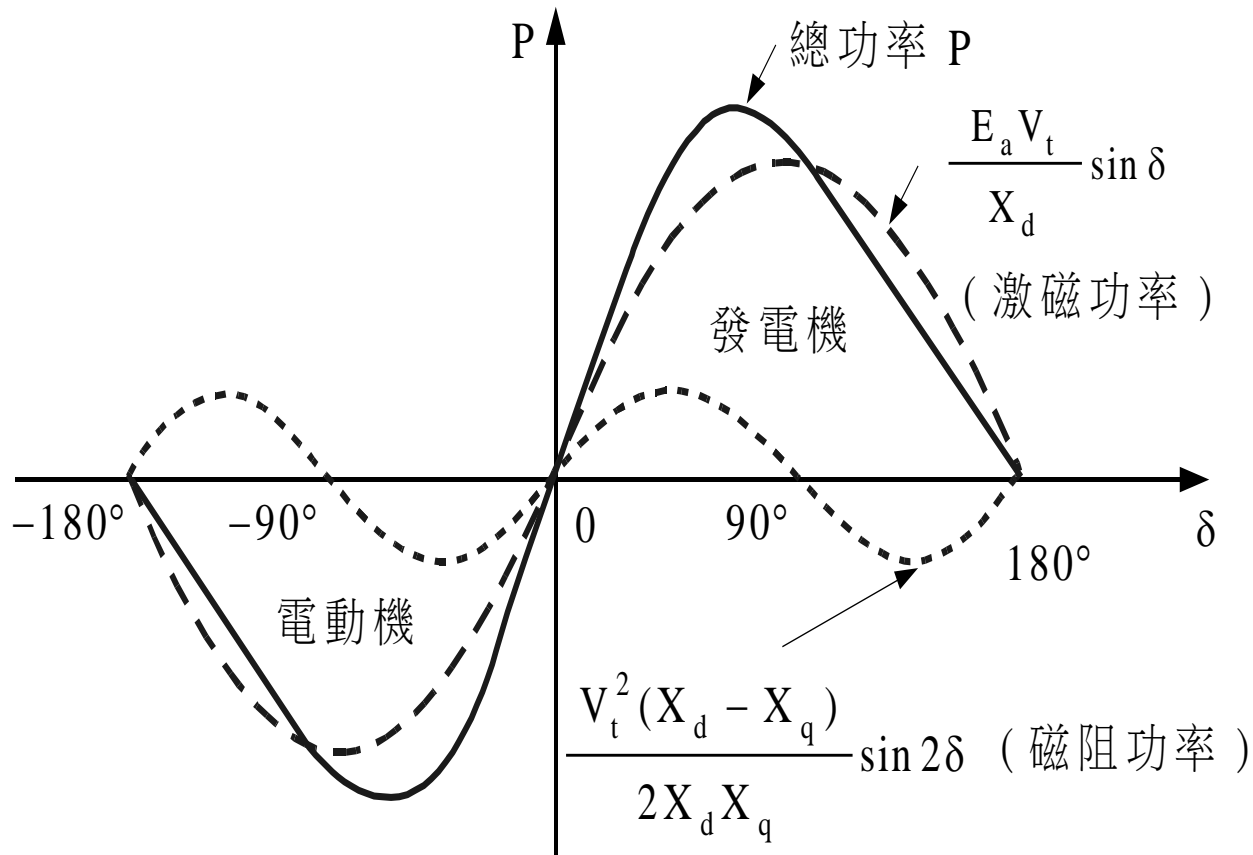



圖 6-17 凸極型同步電機功率角特性，場激磁產生基本波分量，磁阻轉矩產生第 2 階波分量

### 例 6-7

一部 2300V、60Hz、30 極、三相 Y 連接，每相直軸電抗  $X_d = 2 \Omega$ ，同步電動機輸出 200 HP、功率因數 1.0，若全部損失皆忽略不計。同步電動機由一無限匯流排供電，且場激磁固定不變，在額定負載時功率因數 1.0。若不考慮暫態效應，當軸負載逐漸增加時，試求電動機能供給最大機械功率為多少？

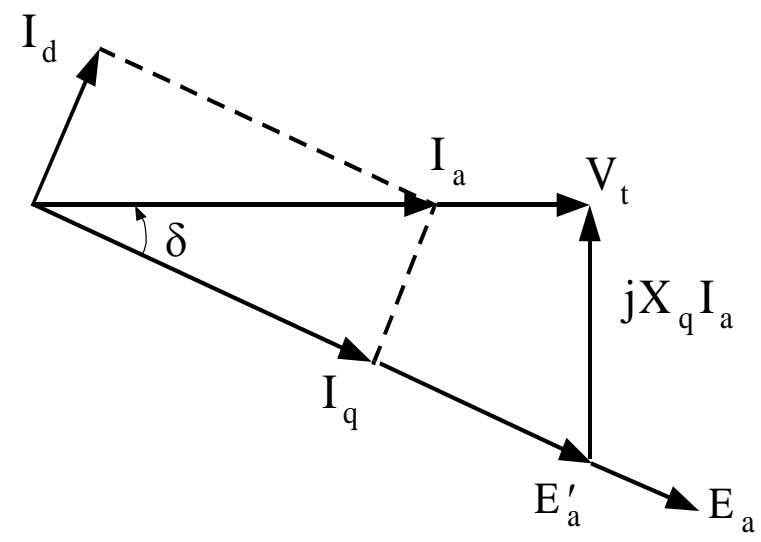
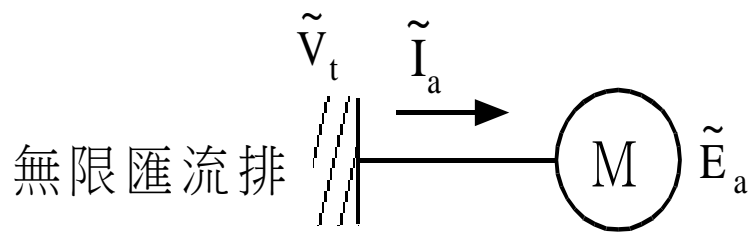
 電動機單線圖及電壓相量圖如圖 6-18 所示。

$$\text{電動機額定容量 kVA} = \frac{P_0}{\cos \theta} = \frac{2000 \times 0.746}{1.0} = 1492 \quad \text{kVA}$$

$$\text{每相額定容量 } S_{1\phi} = \frac{1492}{3} = 497 \quad \text{kVA / 相}$$

$$\text{每相額定端電壓 } V_t = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{2300}{\sqrt{3}} = 1328 \quad \text{V}$$

$$\text{每相額定電樞電流 } I_a = \frac{S_{1\phi}}{V_t} = \frac{497 \times 10^3}{1328} = 374.2 \quad \text{A}$$



(a)單線圖

(b)電壓相量圖

圖 6-18 例題 6-7 電動機單線及電壓相量圖

## 每相電樞反應電勢 $\tilde{E}'_a$

$$\begin{aligned}\tilde{E}'_a &= \tilde{V}_t - jX_q \tilde{I}_a = 1328 \angle 0^\circ - j1.2 \times 374.2 \angle 0^\circ \\ &= 1401.8 \angle -18.68^\circ \quad \text{V}\end{aligned}$$

功率角  $\delta = -18.68^\circ$ ，且  $\tilde{E}'_a$  滯後  $\tilde{V}_t$ ，又  $I_d$  值

$$I_d = I_a \sin |\delta| = 374.2 \sin 18.68^\circ = 119.85 \quad \text{A}$$

$$\begin{aligned}E_a &= E'_a + I_d (X_d - X_q) = 1401.8 + 119.85 (2.0 - 1.2) \\ &= 1497.7 \quad \text{V / 相}\end{aligned}$$

## 電動機機械功率 $P_d$

$$\begin{aligned} P_d &= 3 \frac{V_t E_a}{X_d} \sin \delta + 3 V_t^2 \left[ \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q} \right] \sin 2\delta \\ &= 3 \frac{1328 \times 1497 \cdot 7}{2} \sin \delta + 3 \times 1328^2 \left[ \frac{2 - 1.2}{2 \times 2 \times 1.2} \right] \sin 2\delta \\ &= 2983 \cdot 4 \times \sin \delta + 881 \cdot 8 \times \sin 2\delta \text{ kW} \end{aligned}$$

產生最大機械功率功率角  $\delta_{\max}$

$$\begin{aligned}\delta_{\max} &= -\cos^{-1} \left[ \frac{-A + \sqrt{A^2 + 32B^2}}{8B} \right] \\ &= -\cos^{-1} \left[ \frac{-2983.4 + \sqrt{2983.4^2 + 32 \times 881.8^2}}{8 \times 881.8} \right] \\ &= -66.36^\circ\end{aligned}$$

所以同步電動機產生最大機械功率

$$\begin{aligned}P_{d,\max} &= 2983.4 \times \sin(66.36^\circ) + 881.8 \times \sin(2 \times 66.36^\circ) \\ &= 3380.9 \text{ kW}\end{aligned}$$

## 6-4 同步電動機穩態運轉特性

### 一、同步電動機轉矩-轉速特性曲線

圖 6-19 所示為同步電動機轉矩-轉速特性曲線，電動機穩態轉速自無載到最大轉矩為定值，其速率調整率為 0%。

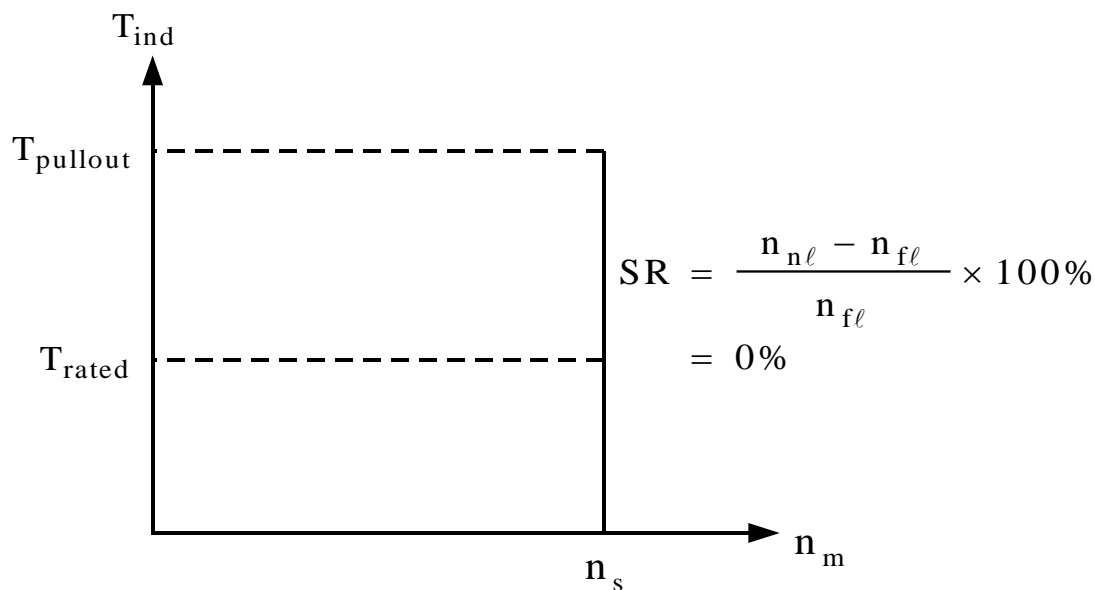
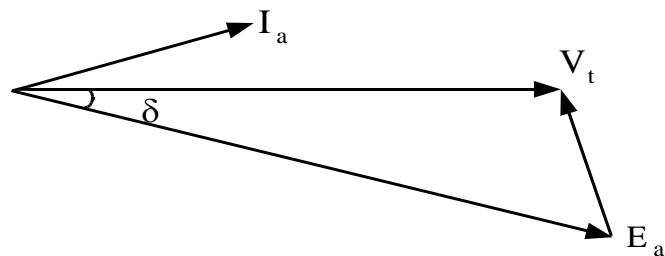


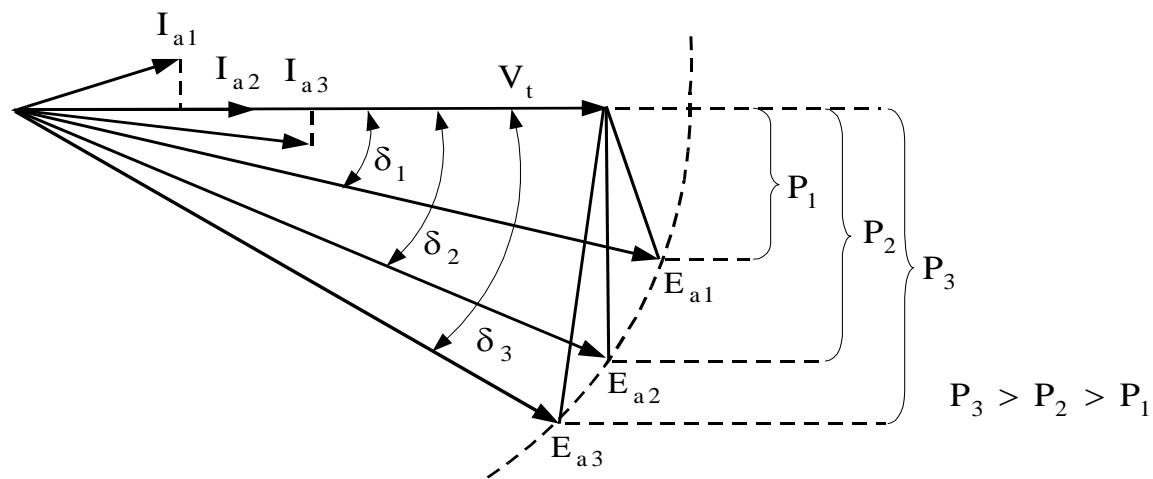
圖 6-19 同步電動機轉矩-轉速特性曲線



## 二、負載變化對同步電動機影響



(a)



(b)

圖 6-20 同步電動機超前功因下，隨負載增加電壓相量圖

### 例 6-8

一部 45 kVA，208 V，60 Hz， $\Delta$  連接三相同步電動機，同步電抗  $2.5 \Omega$ ，忽略電樞電阻，且鐵心損失 1.5 kW，摩擦及風阻損失 1.0 kW。若同步電動機轉軸供應 15 HP 功率給負載，且功率因數 0.8 領先，試求：

- (1) 同步電動機  $\tilde{I}_a$ ， $\tilde{I}_\ell$  及  $\tilde{E}_a$ ，並繪出電動機電壓相量圖。
- (2) 設轉軸負載增加至 30HP，求同步電動機  $\tilde{I}_a$ ， $\tilde{I}_\ell$ ， $\tilde{E}_a$  及新功率因數為何？並繪出電壓相量圖變化狀態？

解 → (1) 電動機輸出功率

$$P_{\text{out}} = 15 \times 0.746 = 11.19 \quad \text{kW}$$

供應至電動機電功率

$$P_{\text{in}} = P_{\text{out}} + P_{\text{loss}} = 11.19 + 1.5 + 1.0 = 13.69 \quad \text{kW}$$

電動機在領先 0.8 功率因數下運轉，線電流

$$I_{\ell} = \frac{P_{\text{in}}}{\sqrt{3}V_{\ell} \cos \theta} = \frac{13.69 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 208 \times 0.8} = 47.5 \quad \text{A}$$

$$\because \cos \theta = 0.8 \text{ 領先}, \theta = 36.87^\circ, \tilde{I}_{\ell} = 47.5 \angle 36.87^\circ \quad \text{A}$$

∴  $\Delta$  接線電樞電流  $\tilde{I}_a$

$$\tilde{I}_a = \frac{I_\ell}{\sqrt{3}} \angle \theta = \frac{47.5}{\sqrt{3}} \angle 36.87^\circ = 27.4 \angle 36.87^\circ \quad \text{A}$$

同步電動機電樞反應電勢  $\tilde{E}_a$

$$\begin{aligned}\tilde{E}_a &= \tilde{V}_t - jX_s \tilde{I}_a = 208 \angle 0^\circ - j2.5 \times 27.4 \angle 36.87^\circ \\ &= 208 \angle 0^\circ - 68.5 \angle 126.87^\circ = 249.1 - j54.8 \\ &= 255 \angle -12.4^\circ \quad \text{V}\end{aligned}$$

負載 15 HP 時所得電壓相量圖如圖 6-21 所示。

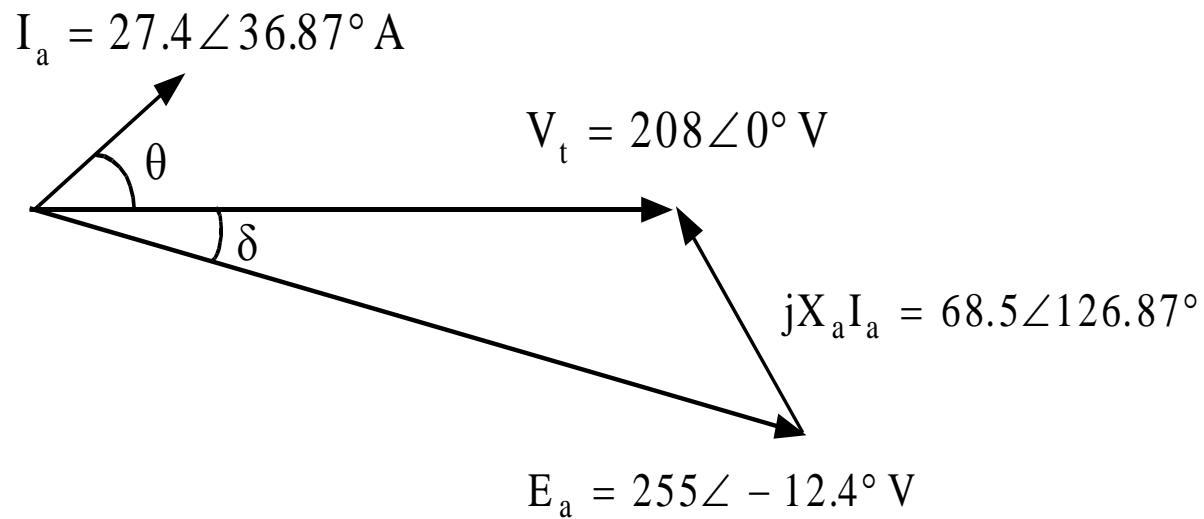


圖 6-21 例題 6-8 (1) 中電動機電壓相量圖

(2) 當負載增加至 30 HP 後，電動機輸入功率

$$P_{in} = 30 \times 0.746 + 1.5 + 1.0 = 24.88 \quad \text{kW}$$

$$\therefore P_{in} = 3 \frac{V_t E'_a}{X_s} \sin \delta'$$

因場激磁電流不變，所以  $E'_a = E_a$  值不變，但功率角改變

$$\begin{aligned} \therefore \delta' &= \sin^{-1} \left[ \frac{X_s P_{in}}{3V_t E'_a} \right] = \sin^{-1} \left[ \frac{2.5 \times 24.88 \times 10^3}{3 \times 208 \times 255} \right] \\ &= \sin^{-1} 0.391 = 23^\circ \end{aligned}$$

因此  $\tilde{E}_a = 255 \angle -23^\circ \text{ V}$  ，電樞電流  $\tilde{I}_a'$

$$\begin{aligned}\tilde{I}_a' &= \frac{\tilde{V}_t - \tilde{E}'_a}{jX_s} = \frac{208 \angle 0^\circ - 255 \angle -23^\circ}{j2.5} \\ &= \frac{103.1 \angle 105^\circ}{j2.5} = 41.2 \angle 15^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

線電流  $\tilde{I}_\ell = \sqrt{3}\tilde{I}_a = \sqrt{3} \times 41.2 \angle 15^\circ = 71.4 \angle 15^\circ \text{ A}$  新功率

因數  $\cos \theta = \cos 15^\circ = 0.966$  領先

負載增為 30 HP 時，其相量圖如圖 6-22 所示。

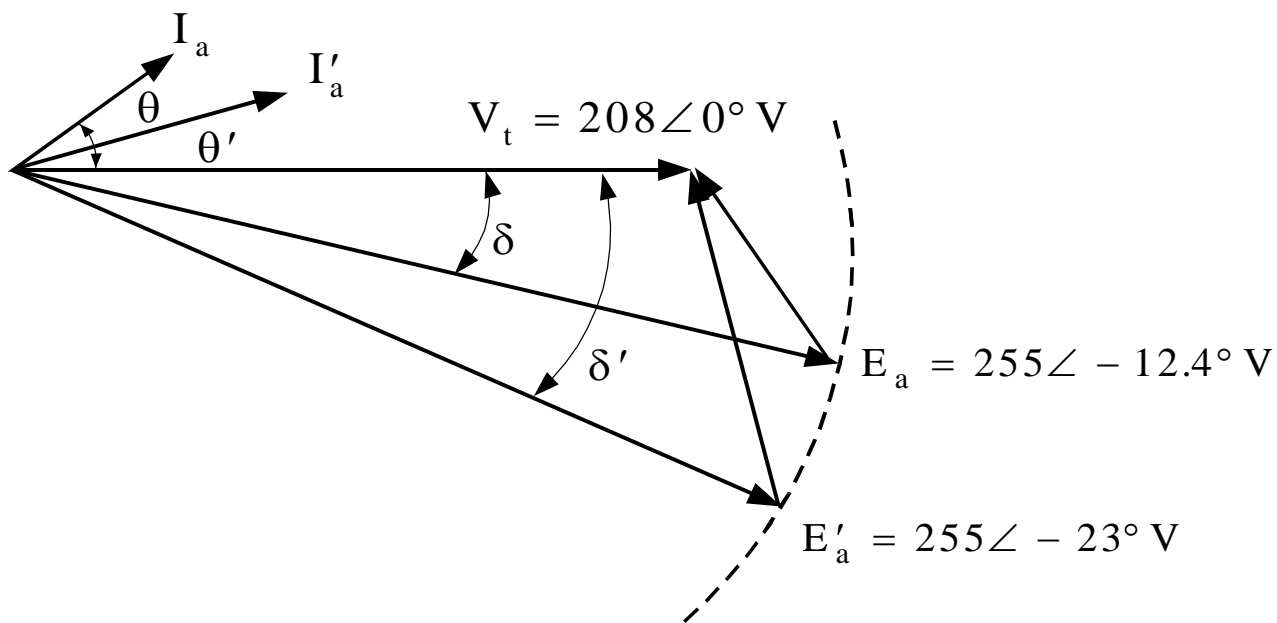


圖 6-22 例 6-8 (2) 中電動機電壓相量圖



### 三、磁場電流對同步電動機影響

不同激磁效應下不同功率因數，其特性敘述如下：

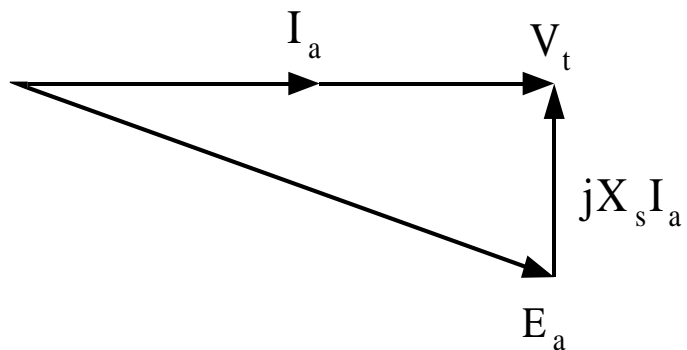
(1) 正常激磁：場激磁電流使得功率因數等於 1.0。

(2) 欠激磁：場激磁電流使得功率因數滯後，且

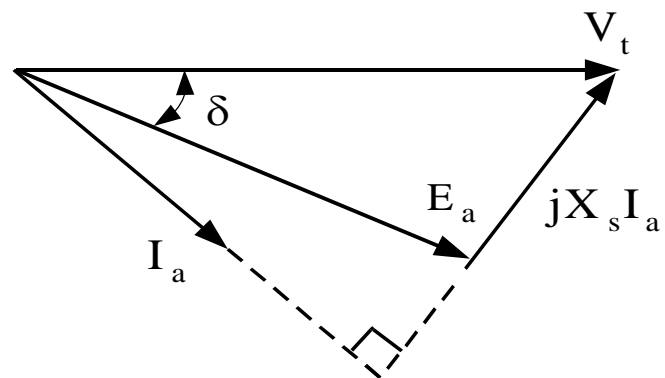
$$E_a \cos \delta < V_t。$$

(3) 過激磁：場激磁電流使得功率因數領先，且

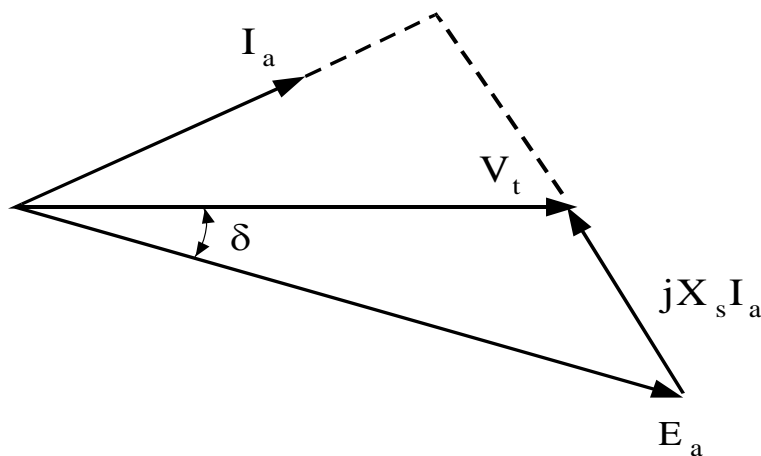
$$E_a \cos \delta > V_t。$$



(a) 正常激磁



(b) 欠激磁



(c) 過激磁

圖 6-23 同步電動機不同激磁下電壓相量圖

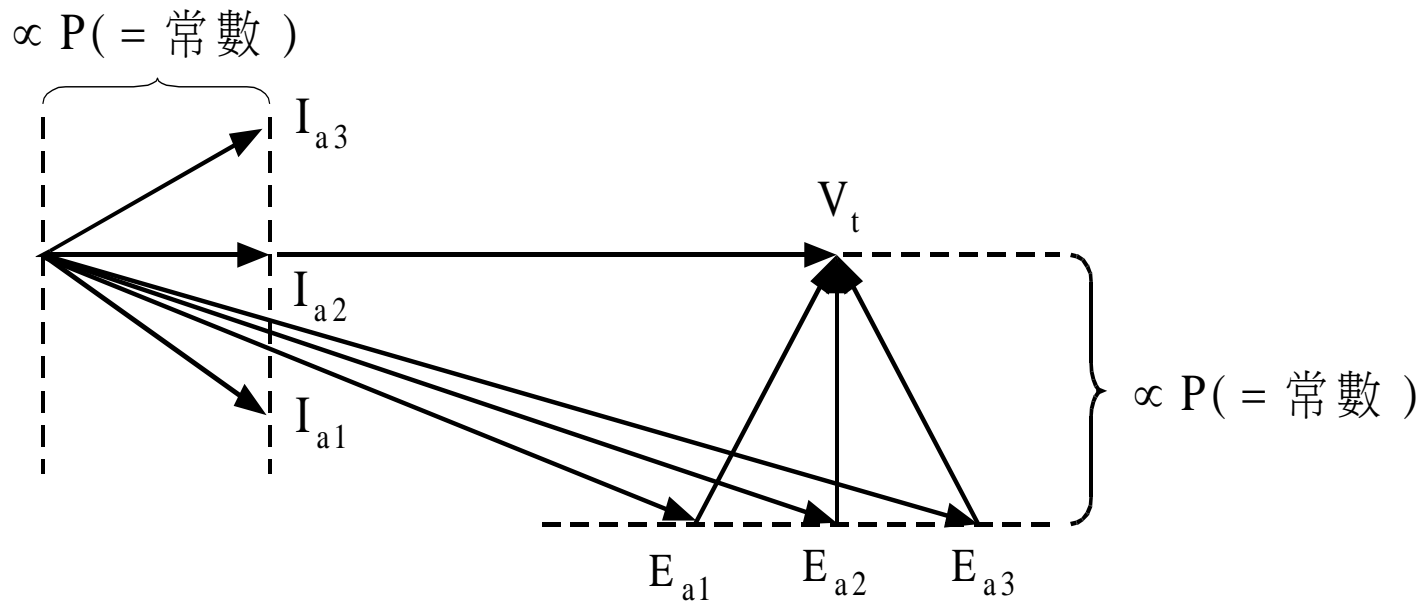


圖 6-24 磁場電流增加對同步電動機影響

### 例 6-9

一部 45kVA，208V，60Hz， $\Delta$  連接同步電動機，忽略電樞電阻，同步電抗  $2.5 \Omega$ ，鐵心損失 1.0kW，旋轉損失 1.5kW，若此同步電動機以功率因數 0.85 滯後供應 15 HP 功率給負載，試求：

- (1) 同步電動機  $\tilde{I}_a$  及  $\tilde{E}_a$  值，並繪出電動機電壓相量圖。
- (2) 若電動機磁通增加 25%，求新的  $\tilde{I}_a$ ， $\tilde{E}_a$  及功率因數，並繪出電動機新電壓相量圖。



$$\Rightarrow (1) P_{in} = P_{out} + P_{loss}$$

$$= 15 \times 0.746 + 1.0 + 1.5 = 13.69 \quad \text{kW}$$

$$I_l = \frac{P_{in}}{\sqrt{3} V_l \cos \theta} = \frac{13.69 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 208 \times 0.85} = 44.7 \quad \text{A}$$

$$\therefore \cos \theta = 0.85 \text{ 滯後}, \quad \theta = \cos^{-1} 0.85 = 31.8^\circ$$

$\therefore$   $\Delta$  接線電樞電流  $\tilde{I}_a$

$$\tilde{I}_a = \frac{I_l}{\sqrt{3}} \angle -\theta = \frac{44.7}{\sqrt{3}} \angle -31.8^\circ = 25.8 \angle -31.8^\circ \quad \text{A}$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_a &= \tilde{V}_t - jX_s \tilde{I}_a = 208 \angle 0^\circ - j2.5 \times 25.8 \angle -31.8^\circ \\ &= 208 - 64.5 \angle 58.2^\circ = 182 \angle -17.5^\circ \quad \text{V} \end{aligned}$$

其相量圖如圖 6-25 所示。

(2) 若磁通增加 25%，則  $E_a = k \phi \omega$  增加 25%

$$\therefore E'_a = 1.25 E_a = 1.25 \times 182 = 227.5 \quad \text{V}$$

於供應至負載功率不變，因此由  $E_a \sin \delta$  移至  $E'_a \sin \delta'$  值須維持不變，即

$$E_a \sin \delta = E'_a \sin \delta'$$

$$\therefore \delta' = \sin^{-1} \left[ \frac{E_a \sin \delta}{E'_a} \right] = \sin^{-1} \left[ \frac{182}{227.5} \sin(-17.5^\circ) \right] = -13.9^\circ$$

$$\tilde{E}'_a = E'_a \angle \delta' = 227.5 \angle -13.9^\circ \quad \text{V}$$

$$\tilde{I}'_a = \frac{\tilde{V}_t - \tilde{E}'_a}{jX_s} = \frac{208 \angle 0^\circ - 227.5 \angle -13.9^\circ}{j2.5}$$

$$= \frac{56.2 \angle 103.2^\circ}{j2.5} = 22.5 \angle 13.2^\circ \quad \text{A}$$

# 電動機新功率因數

$$\cos \theta = \cos(13.2^\circ) = 0.974 \quad \text{領先}$$

其相量圖如圖 6-25 所示。

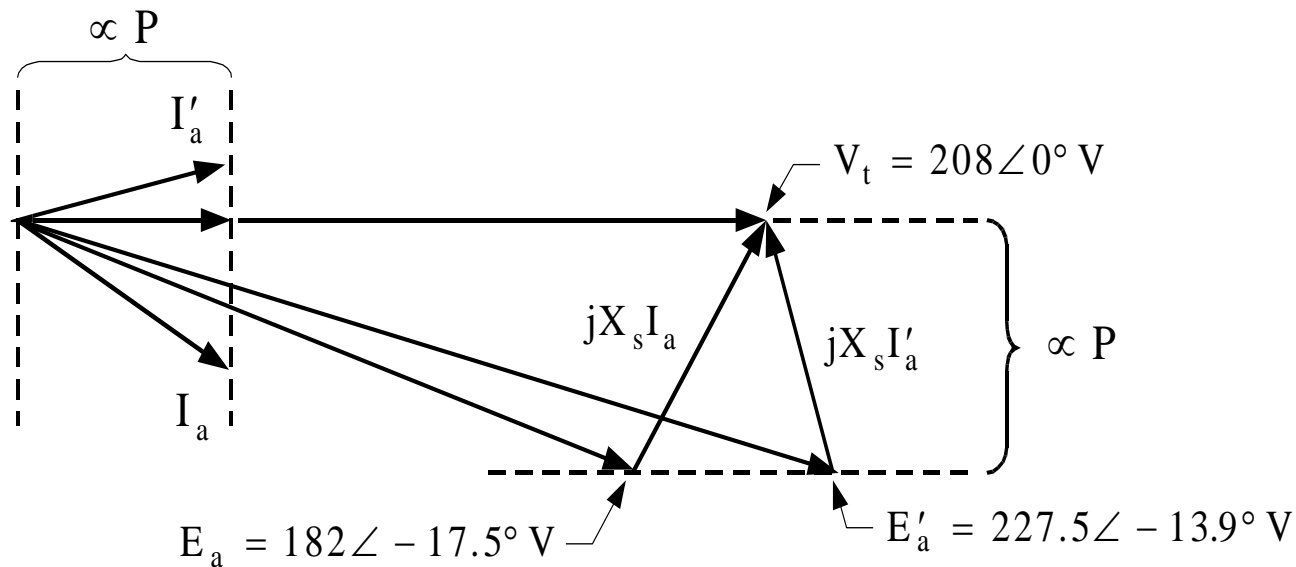


圖 6-25 例題 6-9 電動機電壓相量圖

## 四、同步電動機 V 型曲線

同步電動機運轉於額定電壓與固定負載下，若將場激磁電流  $I_f$  從欠激磁逐漸增加到過激磁，則定子電樞電流亦將逐漸減少至某一最小值後再逐漸增大。以磁場電流  $I_f$  為橫座標，電樞電流  $I_a$  為縱座標，所描繪出特性曲線其形狀類似“V”字型，故稱為 V 型特性曲線，如圖 6-26 所示。



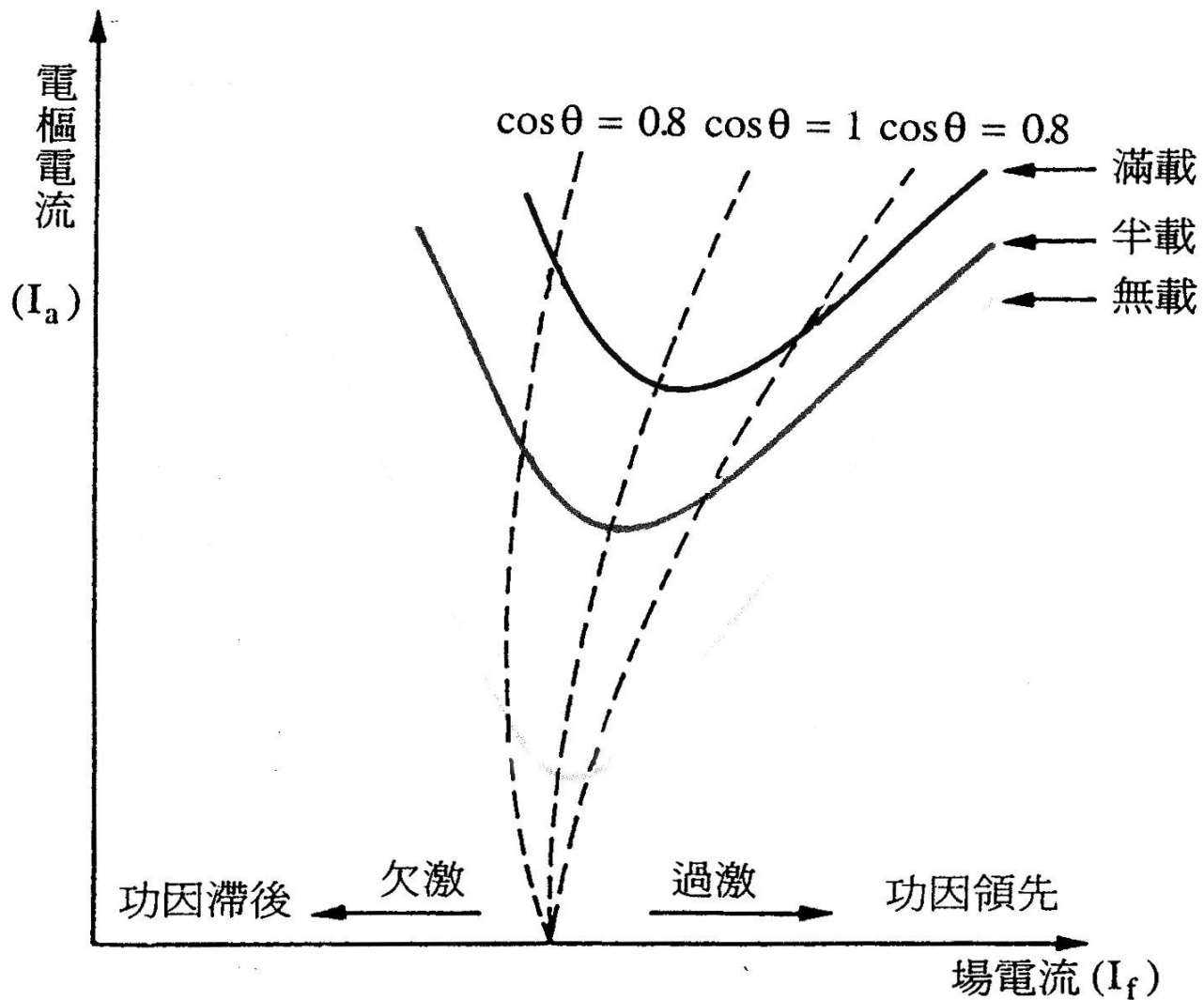


圖 6-26 同步電動機 V 型特性曲線

## 例 6-10

圖 6-27 中無限匯流排電壓 440V，負載 1 為一部感應電動機，在 0.6 滯後功率因數下消耗 100 kW 功率。負載 2 為一部感應電動機，在 0.8 滯後功率因數下消耗 200 kW 功率。負載 3 為一部消耗 150 kW 的同步電動機，試求：

- (1) 若調整同步電動機場激磁使功率因數 0.8 滯後，則系統輸電線電流為何？功率因數為何？
- (2) 若調整同步電動機場激磁使功率因數 0.8 領先，則系統輸電線電流為何，功率因數為何？
- (3) 若輸電線電阻  $R_\ell = 0.01 \Omega$ ，在兩種狀況下試比較輸電損失有何差異。

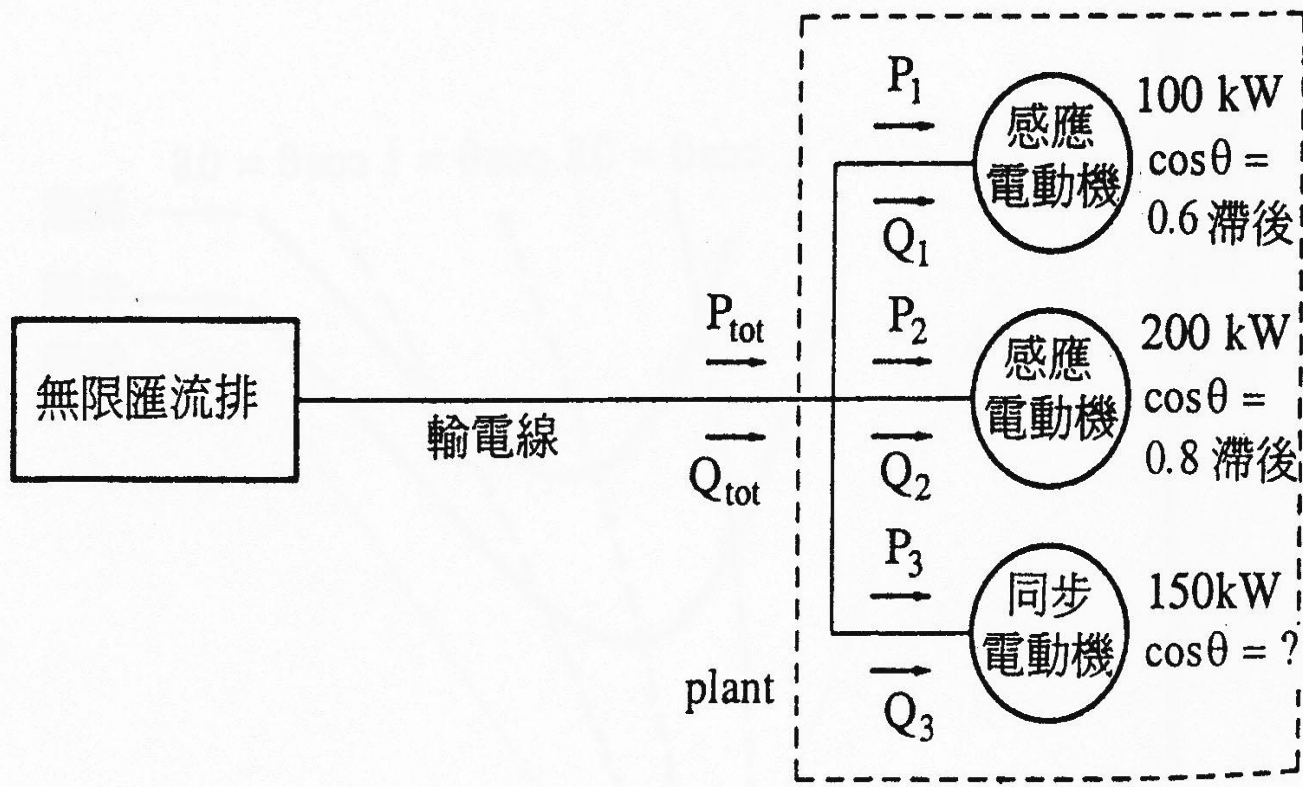


圖 6-27 例 6-10 無限匯流排電力系統

解 → (1) 負載 1 所需虛功率

$$\begin{aligned} Q_1 &= P_1 \tan \theta_1 = 100 \tan(\cos^{-1} 0.6) \\ &= 100 \tan 53.1^\circ = 133.3 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

負載 2 所需虛功率

$$\begin{aligned} Q_2 &= P_2 \tan \theta_2 = 200 \tan(\cos^{-1} 0.8) \\ &= 200 \tan 36.87^\circ = 150 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

負載 3 所需虛功率

$$\begin{aligned} Q_3 &= P_3 \tan \theta_3 = 150 \tan(\cos^{-1} 0.8) \\ &= 150 \tan 36.87^\circ = 112.5 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

總負載實功率

$$\begin{aligned} P_{\text{tot}} &= P_1 + P_2 + P_3 = 100 + 200 + 150 \\ &= 450 \text{ kW} \end{aligned}$$

## 總負載虛功率

$$\begin{aligned} Q_{\text{tot}} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 = 133.3 + 150 + 112.5 \\ &= 395.8 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

## 系統功率因數

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \cos \left( \tan^{-1} \frac{Q_{\text{tot}}}{P_{\text{tot}}} \right) = \cos \left( \tan^{-1} \frac{395.8}{450} \right) \\ &= \cos 41.33^\circ = 0.751 \quad \text{滯後} \end{aligned}$$

## 系統輸電線電流

$$I_{l1} = \frac{P_{\text{tot}}}{\sqrt{3} V_\ell \cos \theta} = \frac{450 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 440 \times 0.751} = 786.25 \text{ A}$$

(2)因負載 1 和負載 2 實功率和虛功率均不變，而負載 3 實功率也不變，但負載 3 虛功率改變

$$\begin{aligned} Q_3 &= P_3 \tan \theta_3 = 150 \tan(-\cos 0.8) \\ &= 150 \tan(-36.87^\circ) = -112.5 \text{ kVAR} \end{aligned}$$

總負載實功率

$$P_{\text{tot}} = P_1 + P_2 + P_3 = 100 + 200 + 150 = 450 \text{ kW}$$

總負載虛功率

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 133.3 + 150 - 112.5 = 170.8 \text{ kVAR}$$

## 系統功率因數

$$\begin{aligned}\cos \theta &= \cos \left( \tan^{-1} \frac{Q_{\text{tot}}}{P_{\text{tot}}} \right) = \cos \left( \tan^{-1} \frac{170.8}{450} \right) \\ &= \cos 20.78^\circ = 0.935 \quad \text{滯後}\end{aligned}$$

## 系統輸電線電流

$$I_{l2} = \frac{P_{\text{tot}}}{\sqrt{3} V_\ell \cos \theta} = \frac{450 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 440 \times 0.935} = 631.52 \quad \text{A}$$

(3)在 (1) 中輸電線路損失

$$P_{\ell 1} = 3 I_{\ell 1}^2 R_{\ell} = 3 \times 786.25^2 \times 0.01 = 18545.7 \text{ W}$$

在 (2) 中輸電線路損失

$$P_{\ell 2} = 3 I_{\ell 2}^2 R_{\ell} = 3 \times 631.52^2 \times 0.01 = 11964.5 \text{ W}$$

供應至負載功率相同，但(2)中輸電線路損失比(1)中輸電線路損失減少  $P_{\ell 1} - P_{\ell 2} = 6581.2 \text{ W}$  。



## 6-5 同步電動機和同步發電機控制模式

四種實功率流及虛功率流組合，相量圖如圖 6-28 所示：

- (1) 同步電動機  $E_a$  滯後  $V_t$ ，吸收系統實功率  $P_m$ ，而同步發電機  $E_f$  領先  $V_t$ ，供應系統實功率  $P_g$ 。
- (2) 無論是電動機或發電機，若  $E \cos \delta > V_t$ ，則同步機供應系統虛功率  $Q$ ；若  $E \cos \delta < V_t$ ，則同步機吸收系統虛功率  $Q$ 。

	$E \cos \delta > V_t$ 供應系統虛功率 Q	$E \cos \delta < V_t$ 吸收系統虛功率 Q
發電機 1. 供應實功率 P 2. $E_f$ 超前 $V_t$		
電動機 1. 吸收實功率 P 2. $E_a$ 落後 $V_t$		

圖 6-28 同步發電機和電動機四種操作模式電壓相量圖

## 6-6 同步電動機啟動方式

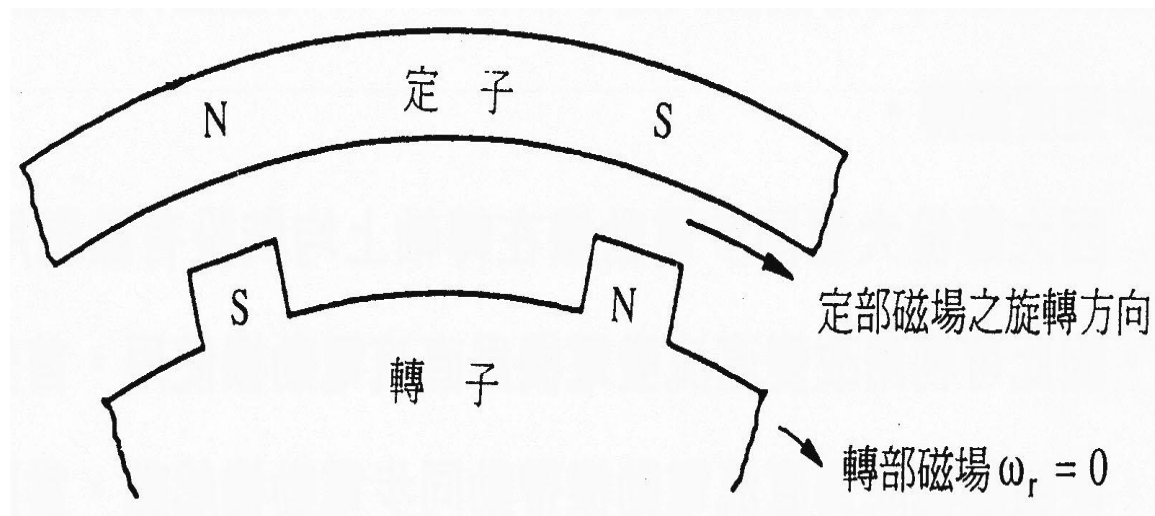


圖 6-29 同步電動機啟動原理

- 一、降低電源頻率起動法
- 二、由外部原動機帶動啟動法
- 三、利用阻尼繞組起動同步電動機

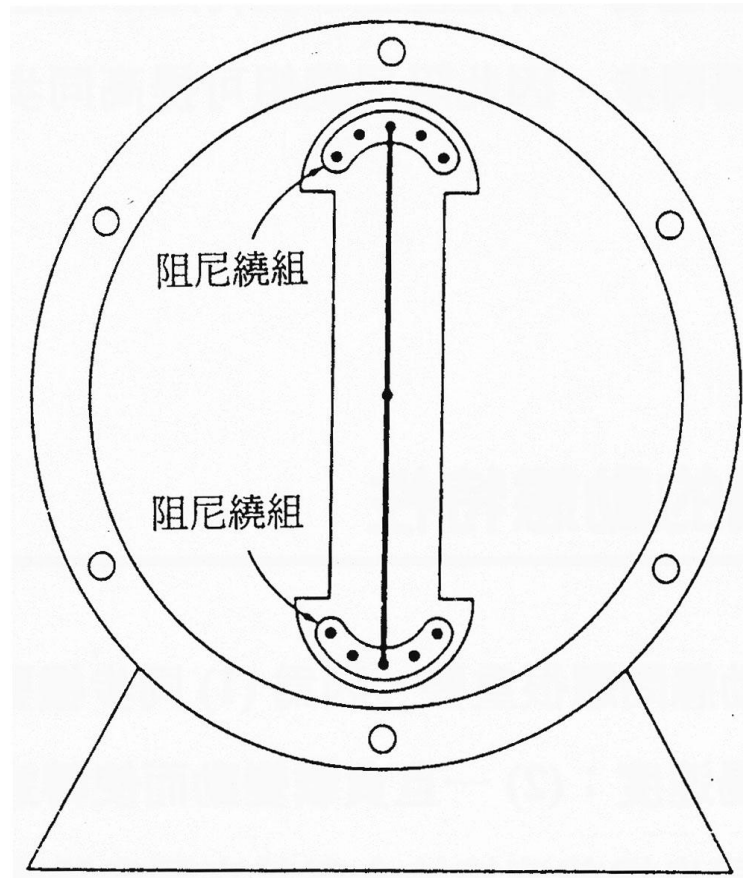


圖 6-30 有阻尼繞組凸極型雙極同步電動機

## 6-7 同步機動態特性

### 一、同步機機電方程式

電磁轉矩淨轉矩：

$$J \frac{d^2 \theta}{d t^2} = T_{\text{mech}} - T_{\text{elec}} \quad (6-29)$$

角位置 $\theta$ ，對應到同步旋轉參考座標上。

$$\theta = \frac{2}{P} (\omega_s t + \delta) \quad (6-30)$$

$$\frac{2}{P} J \frac{d^2 \delta}{d t^2} = T_{\text{mech}} - T_{\text{elec}} \quad (6-31)$$

(6-31) 式為擺動方程式，等號兩側同乘以同步角速度 $\omega_s$ ，得

$$\frac{2}{P} J \omega_s \frac{d^2 \delta}{dt^2} = T_{\text{mech}} \omega_s - T_{\text{elec}} \omega_s = P_{\text{mech}} - P_{\text{elec}} \quad (6-32)$$

$$P_s = 3 \frac{E_f E_i}{X_{dT}} \sin \delta + 3 E_i^2 \frac{X_{dT} - X_{qT}}{2 X_{dT} X_{qT}} \sin 2\delta \quad (6-33)$$

$$\frac{2}{P} J \omega_s \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{\text{mech}} - P_s(\delta) - P_d \frac{d\delta}{dt} \quad (6-34)$$

$$P_s = 3 \frac{E_f V_t}{X_s} \quad (6-35)$$

(6-34) 式可寫成：

$$\frac{2}{P} J \omega_s \frac{d^2 \delta}{d t^2} = P_{\text{mech}} - P_s \sin \delta - P_d \frac{d \delta}{d t} \quad (6-36)$$

## 二、線性化分析

$P_s \sin \delta$  可用  $P_s \delta$  代換。其中  $P_s$  為同步化功率

$$\frac{2}{P} J \omega_s \frac{d^2 \delta}{d t^2} = P_{\text{mech}} - P_s \delta - P_d \frac{d \delta}{d t} \quad (6-37)$$

## 例 6-11

一部 150kW，2300V，3 相，60Hz，20 極，360rpm 同步電動機，直接連接到無限匯流排電力系統上。同步電動機特性如下：


慣量  $J = 400 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  (馬達和負載總和)

同步功率  $P_s = 10 \text{ kW} / \text{電機角}$

阻尼轉矩 = 2400 N·m

- (1) 試求同步電動機機電振盪頻率。
- (2) 當同步電動機在無載下穩態運轉，突然在轉軸上外加額定機械負載，試求同步電動機功率角變化。



 (1) 功率角  $\delta$  單位取電機角，而非機械徑度，因此須把機械徑度轉換成電機角，則電機角加速度項係數

$$\begin{aligned}\frac{2}{P} J \omega_s &= \frac{2}{20} \times 400 \times \left( \frac{2\pi \times 360}{60} \times \frac{\pi}{180} \right) \\ &= 26.32 \quad \text{W / 電機角 / 秒}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{阻尼功率} \quad P_d &= \left( \frac{2}{20} \right)^2 \times 120 \pi \times 2400 \times \frac{\pi}{180} \\ &= 157.9 \quad \text{W / 電機角 / 秒}\end{aligned}$$

同步電功率  $P_s = 10\text{kW}/\text{電機角}$

同步電動機無載擺動方程式

$$\frac{2}{P} J \omega_s \frac{d\delta^2}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} + P_s \delta = 0$$

$$\therefore 26.32 \frac{d\delta^2}{dt^2} + 157.9 \frac{d\delta}{dt} + 10000 \delta = 0$$

無阻尼角頻率  $\omega_n$  和阻尼比  $\zeta$  分別

$$\text{角頻率 } \omega_n = \sqrt{\frac{10000}{26.32}} = 19.49 \quad \text{徑 / 秒}$$

$$\text{阻尼比 } \zeta = \frac{157.9}{2\sqrt{26.32 \times 10000}} = 0.154$$

阻尼比 $\zeta$ 大小對所有同步機擺動暫態響應有決定性關係。同步機受干擾之後常伴隨著阻尼擺動，同步電動機  
阻尼角速度

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = 19.49 \sqrt{1 - 0.154^2} = 19.26 \quad \text{徑 / 秒}$$

∴ 對應阻尼振盪頻率

$$f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = \frac{19.26}{2\pi} = 3.065 \quad \text{Hz}$$

## (2) 同步電動機穩態操作功率角

$$\delta_{\infty} = \frac{S}{P_s} = \frac{150000}{1000} = 15^{\circ} \quad \text{電機角}$$

由線性化搖擺方程式可得功率角變化

$$\delta = \delta_{\infty} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin (\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \theta) \right], t \geq 0$$

其中  $\theta = \cos^{-1} \zeta = \cos^{-1} 0.154 = 81.14^{\circ}$

$$\begin{aligned} \therefore \delta &= 15^{\circ} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - 0.154^2}} e^{-0.154 \times 19.49t} \right. \\ &\quad \left. \sin (19.49 \times \sqrt{1 - 0.154^2} t + 81.14^{\circ}) \right] \\ &= 15^{\circ} [1 - 1.012 e^{-3t} \sin (19.26 t + 81.4^{\circ})], t \geq 0 \end{aligned}$$

### 三、非線性分析：等面積法

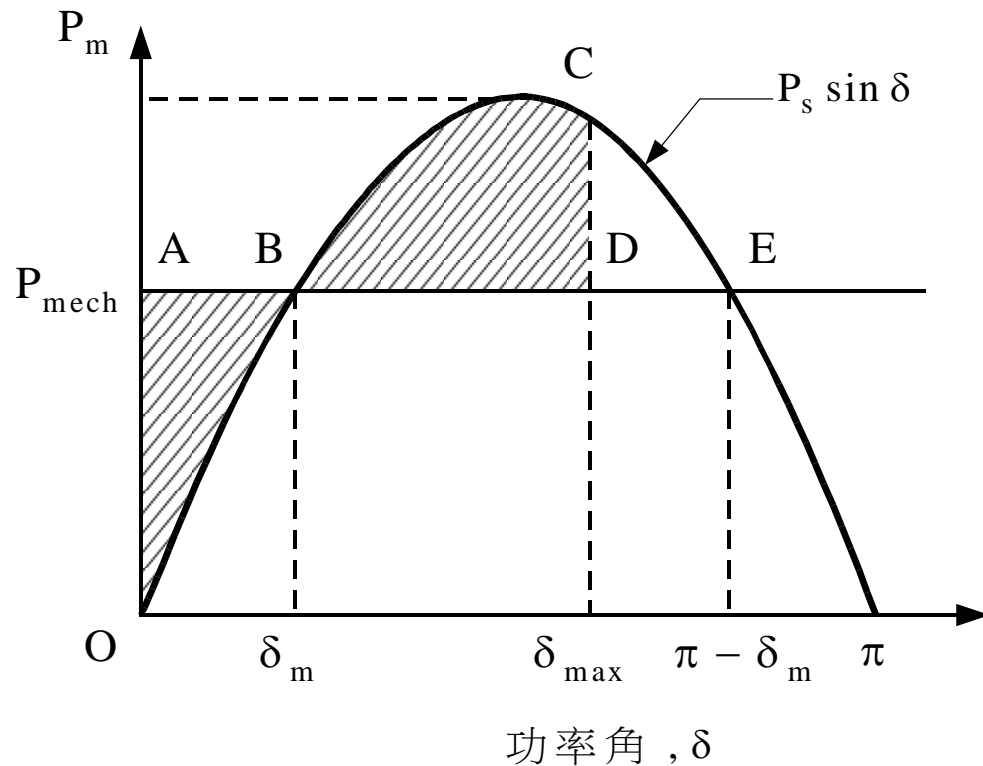


圖 6-31 同步電動機功率角曲線和負載所需功率

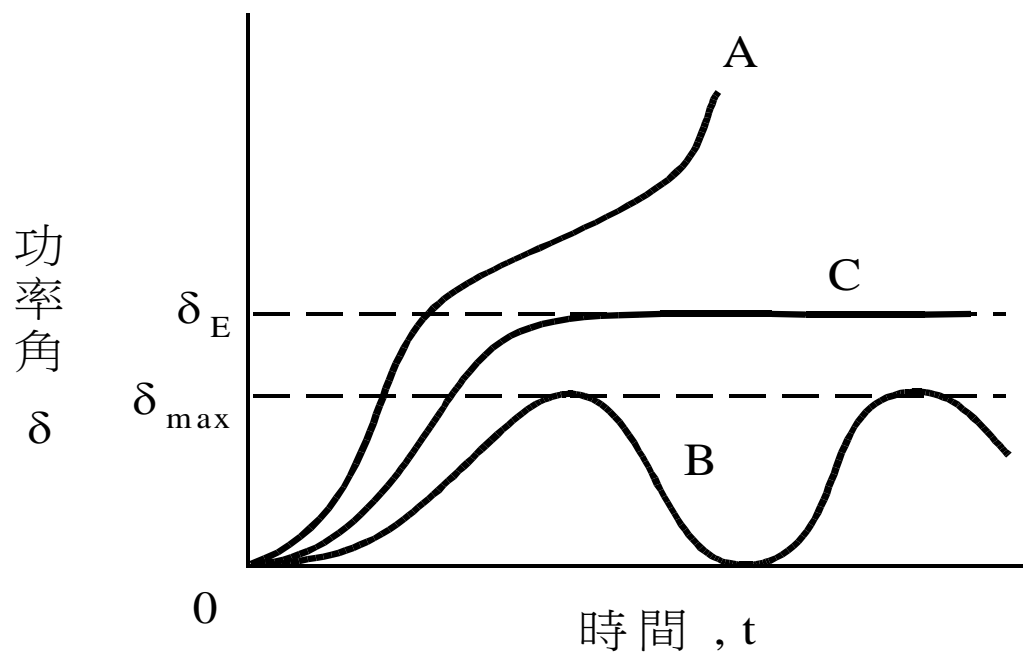


圖 6-32 同步電動機振盪曲線。  
不穩定 ( 曲線 A)  
穩定 ( 曲線 B)  
臨界狀況 ( 曲線 C)